

## Revisión

### Algunas consideraciones sobre la comprensión de los contenidos matemáticos

#### Some considerations on the comprehension of mathematical contents

Benita Mabel Hernández Pérez, Doctora en Ciencias Pedagógicas, profesora titular, Escuela

Latinoamericana de Medicina, Cuba, [mabelhp@infomed.sld.cu](mailto:mabelhp@infomed.sld.cu)

Bárbara Valdés Reyes, Máster en Ciencias, profesora auxiliar, Escuela Latinoamericana de

Medicina, Cuba, [vanebaby@nauta.cu](mailto:vanebaby@nauta.cu)

Elisabet Vivar Reyes, Máster en Ciencias Pedagógicas, profesora auxiliar, Escuela

Latinoamericana de Medicina, Cuba, [evivar@elacm.sld.cu](mailto:evivar@elacm.sld.cu)

Recibido: 23/6/2018 Aprobado: 20/03/2019

### Resumen

En la enseñanza de la Matemática es importante conocer cómo los estudiantes comprenden los contenidos. El objetivo del trabajo es sistematizar la información sobre la comprensión matemática desde diferentes concepciones, teorías y aspectos que inciden en su desarrollo. Sobre la base del método dialéctico materialista se utilizaron los métodos: histórico lógico, análisis síntesis, enfoque de sistema y análisis documental, que posibilitaron el estudio de la comprensión matemática a partir de documentos elaborados desde la psicología, la enseñanza del idioma español y de la Matemática; artículos científicos, tesis de maestría y de doctorado realizadas en los últimos años en Cuba y en el extranjero, localizadas por internet. Como resultado se establecieron relaciones entre los conceptos comprensión, comprensión lectora, comprensión matemática, se definió comprensión de los contenidos matemáticos, se determinaron y caracterizaron los niveles de comprensión de los contenidos matemáticos.

**Palabras clave:** comprensión matemática; enseñanza de la matemática; crecimiento de la comprensión

### Abstract

In the teaching of Mathematics, it is important to know how the students understand the contents. The objective of the work is to systematize the information about the mathematical comprehension from different conceptions, theories and aspects that impact in its development. On the basis of the materialist dialectical method the following were used: logical historical, synthesis analysis, system approach and documentary analysis, which made possible the study of mathematical comprehension from documents elaborated from the psychology, the teaching of the Spanish language and Mathematics, scientific articles, master's thesis and doctoral

theses made in recent years in Cuba and abroad, located on the internet. As a result, some relationships among the concepts of comprehension, reading comprehension and mathematical comprehension were established; it was defined the comprehension of mathematical contents, the levels of comprehension of mathematical contents were determined and characterized.

**Key words:** mathematical comprehension; teaching of the mathematics; growth of the comprehension

### **Introducción**

La comprensión es un proceso complejo de relevancia social y educativa, que se estudia en disciplinas como: filosofía, sociología, psicología, lingüística y epistemología; su desarrollo es la base de todos los procesos psíquicos cognitivos y afectivos.

En el campo de la Matemática ha sido preocupación cómo los estudiantes comprenden los diferentes conocimientos, para aplicarlos en la resolución de ejercicios y problemas.

Según Van Hielan (1957), Gallardo (2004), entre otros, la tarea del educador es buscar los medios para desarrollar la comprensión en los estudiantes.

Se analizaron los trabajos de Gallardo (2004), Abrate, Pochulu & Vargas (2006), que toman como fundamentos psicológicos las teorías cognitivas de Piaget, que considera el aprendizaje consecuencia de desequilibrios en la comprensión del estudiante y reconocen la importancia en este proceso de la interacción con la realidad. Otros investigadores como Van Hielan (1957), Juidías & Rodríguez (2007) asumen la teoría de la Gestalt, donde la percepción juega un papel importante en la comprensión. Ambas teorías enarbolan la existencia de estructuras psicológicas del conocimiento, consideran que la comprensión se apoya en estas estructuras, es asumido también por Meel (2003), Sandoval, Frit, Maldonado & Rodríguez (2014), Godino, Batanero & Font (2017). Autores como Álvarez, Almeida & Villegas (2014), entre otros, se refieren a la relación entre la comprensión y el lenguaje que aporta Vigotsky desde el enfoque histórico cultural.

En otras bibliografías analizadas se pudo constatar que se vincula la falta de conocimientos matemáticos, con insuficiencias en determinadas operaciones y procedimientos lógicos del pensamiento, pero olvidan según Gallardo (2004), Álvarez, Almeida & Villegas (2014), el modo en que los estudiantes aprenden y el vínculo del proceso de aprendizaje relacionado con el entorno sociocultural, que incluye los conocimientos formales que pueden adquirir en libros de textos u otras fuentes de información, y las nociones, sentidos, imágenes, signos, experiencias, propiedades, situaciones, generalizaciones, significados, palabras con las que cada persona puede expresar el proceso de pensamiento.

## **Desarrollo**

Se realizó una sistematización teórica sobre la comprensión de los contenidos matemáticos. Se revisaron documentos elaborados por autores que son clásicos en el tema desde la psicología, la enseñanza de idioma del español y de la Matemática, artículos científicos, tesis de maestría y de doctorado realizadas en los últimos años en Cuba y en el extranjero, localizadas por internet. La comprensión ha tenido diferentes significados, algunos la relacionan con la valoración y la interpretación, otros con la construcción de representaciones mentales Van Hiele (1957), Meel (2003), Villa (2012); con los desempeños Rodríguez, Ponce & Pérez (2016), con procesos lingüísticos; del mismo modo Gallardo (2004), considera la comprensión asociada a nociones cognitivas como: significado, conocimiento, representación, explicación, aprendizaje, obstáculo epistemológico, memoria, destreza y a aspectos como: diagnóstico y evaluación, evolución, condicionantes, efectos y resultados, naturaleza, funcionamiento, origen, entre otros.

En cambio García, Gallard & Martí (2017), consideran la comprensión como la habilidad de pensar y actuar con flexibilidad a partir de lo que se sabe, se reconoce, la comprensión a partir de un desempeño flexible de un tópico: explicar, justificar, extrapolar, vincular más allá del conocimiento y de la habilidad rutinaria. Depende de construir una representación adecuada de algún tipo, esquemas, modelos mentales o imágenes.

La comprensión matemática.

Se analizaron diferentes criterios sobre la comprensión matemática, para Skemp la comprensión es un proceso continuo y creciente por el cual el alumno construye y relaciona progresivamente los diferentes elementos del significado que atañen al concepto; según Larrain (2016) un estudiante comprende un determinado objeto matemático cuando lo usa de manera competente en diversas prácticas, es decir, la capacidad se traduce en la realización de prácticas que son evaluables públicamente, según Rodríguez, Ponce & Pérez (2016) la comprensión matemática trata de establecer qué conoce, cómo lo conoce y para qué lo utiliza; de averiguar lo que hace para resolver una tarea y por qué lo hace, para lo que utilizan diferentes representaciones del objeto matemático y también desde la comprensión; el estudiante debe ser capaz de integrar los elementos que forman un concepto, de seccionarlos para su análisis y de relacionar el concepto con situaciones intra – matemáticas; con otras ciencias y con la vida práctica. Dentro del proceso de comprensión de un objeto matemático el estudiante debe ser capaz de manipularlo en toda su extensión.

En los estándares básicos de competencias en matemáticas, la comprensión se entiende explícitamente relacionada con los desempeños de comprensión, que son actuaciones,

actividades, tareas y proyectos en los cuales se muestra la comprensión adquirida, se consolida y profundiza.

En el aprendizaje de la Matemática, la competencia y la comprensión se relacionan; la primera atiende al componente práctico, el conocimiento de tipo procedimental, mientras que la comprensión, al componente teórico del conocimiento, es decir, el conocimiento conceptual. La competencia pone en juego conocimientos de tipo procedimental, al componente práctico, el saber hacer, denominado también comprensión instrumental, poder matemático o concepción-acción, mientras que la comprensión requiere del conocimiento conceptual, del componente teórico del conocimiento, denominado de diferentes formas como: el saber qué, comprensión relacional, concepción-proceso, entre otras. En el aprendizaje de la Matemática, son necesarios el saber qué y el poder.

A decir de Godino, Batanero & Font (2017) la competencia y la comprensión matemática son procesos en progresivo crecimiento y mejora, que deberán ser valorados en los contextos institucionales correspondientes. Es necesaria la relación dialéctica competencia-comprensión, teniendo en cuenta que es imprescindible tener disponible cierta práctica instrumental (adquirida en contextos significativos que involucra la comprensión) para avanzar hacia problemáticas de comprensión más complejas.

Pero en los estándares básicos de competencias en Matemática consideran las competencias de modo más amplio, incluyen el saber qué y el saber hacer, se definen como: conjunto de conocimientos, habilidades, actitudes, comprensiones y disposiciones cognitivas, socio-afectivas y psicomotoras apropiadamente relacionadas entre sí para facilitar el desempeño flexible, eficaz y con sentido de una actividad en contextos relativamente nuevos.

Aprender Matemática comprendiéndola, posibilita que lo aprendido tenga sentido para el estudiante, que lo recuerde con mayor facilidad, y pueda aplicarlo a situaciones nuevas, fundamentarlo y conectarlo con otros aprendizajes anteriores.

En consecuencia, se asume que la comprensión matemática es un fenómeno multidimensional, vinculado con la significación que se le atribuye a un objeto matemático, con las representaciones internas de conceptos o redes de conceptos y las representaciones externas como el lenguaje, conjunto de símbolos culturales que manifiestan el concepto, en una situación contextual.

Comprensión matemática y comprensión lectora.

La Matemática tiene un lenguaje propio, Sandoval, Frit, Maldonado & Rodríguez (2014), entre otros autores, consideran que existe relación entre la competencia comunicativa y el desarrollo

de las capacidades matemáticas, reconocen que la expresión escrita y la palabra, se convierten en herramientas para lograr la comprensión esperada del lenguaje específico de la Matemática, consideran que es necesario comprender el lenguaje matemático para lograr un aprendizaje de calidad.

Es importante la relación que se establece entre la comprensión lectora y la comprensión de los contenidos matemáticos. Para Piaget el lenguaje puede constituirse en condición necesaria para el perfeccionamiento de las operaciones lógico – matemáticas sin ser condición suficiente de su formación.

Para Godino, Batanero & Font (2017) comprender un concepto, consiste en ser capaz de representar de diferentes formas un mismo objeto matemático. Analizan la comprensión conceptual por la capacidad de leer conceptos, aplicar los conceptos matemáticos en la resolución de problemas (competencia), exponer los en lenguaje natural, que es lo que denominan componente discursivo de la comprensión. Consideran que a medida que los estudiantes dispongan de mejores comprensiones conceptuales, podrán desarrollar procesos de mayor complejidad y estarán en capacidad de enfrentar el tratamiento de situaciones de mayor nivel de abstracción, logran expresar y comunicar, lo comprendido, así como refutar y argumentar, lo que se posibilita con el aumento gradual de la complejidad de la tarea docente.

En el lenguaje matemático se utilizan palabras y símbolos que también se emplean en el lenguaje ordinario pero, con un significado distinto. A decir de Juidías & Rodríguez (2007) el lenguaje matemático se distingue del ordinario en cuanto a la exigencia de precisión al expresar los conceptos y en cuanto a la ausencia de expresiones personales y juicios de valor, posee características lógicas, de abstracción, de claridad, de precisión, el estudiante debe conocer, comprender el vocabulario matemático, su interpretación y uso, para expresar relaciones entre objetos de forma clara y concisa.

Otros investigadores consideran que el uso abundante del lenguaje verbal en la clase de matemática por parte de los estudiantes, es una herramienta poderosa para mejorar la comprensión, tanto matemática como lingüística, reconocen que para pensar y comunicar ideas matemáticas se necesita representarlas de alguna manera y la comunicación es una exigencia para la representación externa.

En el proceso de enseñanza - aprendizaje de la Matemática la resolución de problemas se concibe como una de las funciones más importantes del pensamiento matemático, según Juidías & Rodríguez (2009), Godino, Batanero & Font (2017), entre otros, se necesitan conocimientos y habilidades para lograr una adecuada decodificación, jerarquización y

organización de los datos, hacer inferencias, analizar los procesos o procedimientos a realizar y aplicar una apropiada síntesis hasta llegar a la revisión de lo realizado. Para López (2015), entre otros, la competencia lectora es importante en la resolución de problemas para comprender el lenguaje matemático y resalta las analogías entre el desempeño competente en Matemática y el desempeño competente en lectoescritura.

Los teóricos de la Gestalt consideraron que el núcleo de la resolución de problemas consistía en la comprensión del problema como un todo (*insight*), pero es importante la comprensión del enunciado, el vocabulario y la terminología utilizada, que pueden ser un obstáculo en la resolución. López (2015) entre otros, consideran que la comprensión del enunciado, posibilita la conversión de las informaciones a una escritura simbólica, a un modelo simbólico de la situación dada, donde se interpreta del lenguaje común a variables, tablas y gráficos que son utilizados para la comprensión matemática.

Principales modelos y teorías para evaluar el crecimiento de la comprensión matemática.

Una de las preocupaciones más recurrentes en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática, es conocer las dificultades que encuentran los estudiantes en el proceso de aprendizaje, cómo comprenden un contenido matemático determinado, así como las formas y métodos que favorecen el crecimiento de la comprensión y ayudan a superar las dificultades cognitivas.

Según Van Hiele (1957) la comprensión se reconoce como tal, cuando el sujeto actúa adecuada e intencionadamente ante una nueva situación, pero es complicado, pues aprecian la incidencia del contexto educativo.

En análisis realizado se encontraron autores que han definido el proceso de comprensión matemática, otros han propuesto modelos o teorías para explicar y/ o evaluar el crecimiento de la comprensión matemática, entre las que se pueden mencionar:

- La posición representacionalista, descrita en Gallardo (2004), considera el aumento de la comprensión como crecimiento de las redes de representaciones mentales (relaciones, representaciones, modelo mental), producido por la incorporación de nuevas representaciones internas a la red ya existente o por la reestructuración o reorganización, a causa de la creación de nuevas conexiones entre representaciones, considera que la comprensión es un proceso en desarrollo.
- La aproximación histórico-empírica de Sierpinska, referida en Gallardo (2004), se sustenta en la noción fundamental de acto de comprensión, considerado como la experiencia mental real

por la que se relaciona un objeto con otro, caracteriza los de actos de comprensión en: identificación, discriminación, generalización y síntesis.

- El modelo de significado y comprensión de Godino, Batanero & Font (2017), considera que los procesos psicológicos implicados en la comprensión de los aspectos lingüísticos y conceptuales de los objetos matemáticos, están mediatizados por las situaciones problemáticas, los instrumentos semióticos, los hábitos y convenciones compartidas, considera que la comprensión tiene componente discursivo, en el elemento descriptivo indica los aspectos y componentes de los objetos matemáticos a comprender, y el elemento procedimental que indica los niveles necesarios en el logro de la comprensión, establece relaciones entre la comprensión y la competencia.
- El modelo de proceso de Koyama descrito por Gallardo (2004), tiene dos ejes, con cuatro variables jerárquicas de comprensión en el eje vertical y en el eje horizontal tres etapas de aprendizaje que denomina intuitiva, reflexiva y analítica, que no son necesariamente lineales y permiten al estudiante progresar de un determinado nivel de comprensión a otro superior.
- En el modelo de Pirie y Kieren, referido en Mell (2003), Gallardo (2004), Villa (2012), la comprensión matemática se caracteriza por ser un fenómeno recursivo y no lineal, que ocurre cuando el pensamiento se desplaza entre niveles de sofisticación con diferentes medios, son elementos importantes para el desarrollo de la comprensión, esta teoría ha sido aplicada para describir la comprensión de diferentes conceptos.
- La teoría acción-proceso-objeto-esquema (APOE), supone que para la comprensión de un concepto matemático, se realizan las acciones mentales en un ciclo de cuatro pasos denominados: acción, proceso, objeto y esquema, es un proceso interminable de construcción de esquemas iterativos, mediante la abstracción reflexiva, un proceso cognitivo en que el estudiante reconstruye y reorganiza las acciones físicas o mentales en un plano más elevado del pensamiento y por tanto las comprende, es decir, se basa en la abstracción reflexiva para formar conexiones entre los conceptos.
- El modelo de Polya considera que para resolver problemas son necesarias cuatro etapas: comprender el problema, concebir un plan, ejecutar el plan y el análisis de la solución obtenida, cada etapa acompañada de preguntas para guiar las acciones que se realizan, dedica una etapa a la comprensión, considera que cuando se cumple esta etapa se desencadenan todos los procesos mentales que permiten seleccionar el plan de solución o la vía.

Otros autores no llegan a plantear un modelo, pero se consideró importante analizar sus puntos de vista al respecto, porque aportan nuevos elementos sobre la temática:

- Skemp, referido en Gallardo (2004), consideró dos tipos de comprensión: la relacional cuando se sabe qué hacer y por qué se debe hacer, y la instrumental cuando se sabe hacer, pero sin razonar.
- Sfard, referido en Gallardo (2004), aunque no da criterios sobre la comprensión matemática, plantea que en los conceptos matemáticos radica una dualidad; la concepción operacional, como un proceso mediante operaciones de cálculo que dan sentido a su existencia, que es dinámica, secuencial y puntual, y la concepción estructural como un objeto abstracto, es la unidad que da conexión a las partes de un todo, esta conexión entre los objetos abstractos es considerada también por otros autores.
- Alcalde (2016) considera a la comprensión conceptual como un componente fundamental en el conocimiento y la actividad de las personas competentes, que conjuntamente con el conocimiento factual y la destreza en los procedimientos y el aprender comprendiendo facilitan y proporcionan autonomía en el aprendizaje y el logro de los objetivos matemáticos.

De todo lo anterior se resume que el logro de la comprensión matemática y el dominio de sus herramientas teóricas no se logran de forma instantánea, es necesario tiempo para la práctica guiada por el profesor con tareas docentes seleccionadas y bien planificadas, que respondan a los objetivos y niveles definidos, de ahí que se considere a la comprensión matemática como un proceso que tiene lugar en el propio proceso de aprender Matemática.

Se comparten las opiniones de los autores que consideran que el proceso de comprensión matemática se establece mediante niveles, etapas o estratos, que para lograr la comprensión y llegar a la solución de ejercicios y problemas por parte de los estudiantes, es preciso elaborar y cumplir tareas docentes encaminadas a un fin, con un accionar didáctico, planificado y coherente, vincular la asimilación de procedimientos, a la comprensión de los significados, identificar la relación de los contenidos precedentes con la experiencia práctica vivida por los estudiantes.

En el análisis de las teorías descritas sobre la comprensión matemática, se encuentran coincidencias en que: es un proceso cognitivo interminable, complejo, dinámico y por etapas o niveles, pero no lineal, donde el estudiante reconstruye y organiza las acciones físicas y mentales en un plano superior del pensamiento.

Se considera que los estudiantes comprenden matemática cuando identifican y utilizan conceptos, procedimientos y habilidades necesarias, utilizan los conocimientos de manera

flexible, que les posibilita reproducir, aplicar y extrapolar los conocimientos en otras situaciones si son capaces de emplear flexiblemente lo que saben en nuevas situaciones.

En el aprendizaje de un objeto matemático es importante el aspecto representacional que lo configura y el desarrollo de un significado personal sobre este objeto. El trabajo de los estudiantes con las tecnologías de la información y las comunicaciones (TIC) facilita la visualización, la experimentación con objetos geométricos, la exploración y el uso de simulaciones; la actividad mental de los estudiantes y la búsqueda independiente del conocimiento, entre otras, que favorecen el desarrollo de la comprensión de conceptos matemáticos con alto nivel de complejidad. Para consolidar el proceso de comprensión es necesario que los profesores identifiquen y planifiquen qué tipo de actividades son las necesarias para que los estudiantes alcancen un mayor nivel en la comprensión de los conceptos matemáticos, valoren las ventajas y desventajas al trabajar con las tecnologías, utilicen varios sistemas de representaciones, realicen reflexiones y discusiones de las tareas realizadas, como consideran Jiménez & Jiménez (2017).

Se comparte lo expresado por Jiménez & Jiménez (2017) que plantea ver la matemática como una construcción del hombre para modelar y justificar sus comprensiones de sí mismo y del medio que lo rodea, como un producto de la cultura ligado a valores sociales, como una construcción intelectual armónica que reta a la inteligencia a desentrañar sus relaciones y como una pieza fundamental en el desarrollo científico y tecnológico de la humanidad.

El equipo de investigadores entendió necesario ampliar los conceptos anteriores para el trabajo con estudiantes no hispanohablantes y trabaja en su investigación con la comprensión de los contenidos matemáticos, que ha definido como un proceso que se desarrolla en cuatro niveles, donde los estudiantes utilizan los contenidos matemáticos aplicando los sistemas de acciones propios de cada nivel para lograr la solución de ejercicios y problemas a partir de la comprensión lectora, las habilidades para establecer relaciones entre lo ya aprendido y lo nuevo, o entre diferentes objetos del conocimiento, la reflexión sobre el trabajo realizado y la comunicación de lo aprendido.

## **Conclusiones**

1. La comprensión matemática es un proceso complejo, multidimensional, dinámico y no lineal, donde son importantes los conocimientos previos de los estudiantes, pero no en todas las definiciones analizadas se reconocen como componentes los conocimientos,

las habilidades, los modos de actuación y los valores que desde el proceso de enseñanza - aprendizaje de la Matemática se pueden lograr en los estudiantes.

2. La comprensión de los contenidos matemáticos se evalúa mediante el comportamiento observable de los estudiantes cuando realizan las tareas docentes propuestas, solos o en pequeños grupos o cuando exponen las soluciones encontradas, es importante la elaboración y selección de tareas que respondan a los diferentes niveles y al diagnóstico previo de cada estudiante.
3. La comprensión de los contenidos matemáticos mejora con la integración de las TIC al proceso de enseñanza - aprendizaje de la Matemática, porque los estudiantes adquieren una visión más amplia y profunda del contenido, visualizan conceptos, desarrollan habilidades para establecer relaciones que son necesarias para aprender a lo largo de la vida, según las exigencias actuales de la sociedad en la formación de profesionales.

### **Referencias bibliográficas**

- Abrate, R., Pochulu M., & Vargas, J. (2006). Errores y dificultades en Matemática. Análisis de causas y sugerencias de trabajo. 1ª ed. Buenos Aires: Universidad Nacional de Villa María.
- Alcalde Esteban, M. (2016). *Importancia de los conocimientos matemáticos previos de los estudiantes para el aprendizaje de la didáctica de la matemática en las titulaciones de maestro en la universitat Jaume 1*. [Tesis doctoral] Recuperado a partir de: <http://www.tesisenred.net/bitstream/handle/10803/10368/alcalde.pdf?sequence=1>
- Álvarez Pérez, M., Almeida, B., & Villegas, E. (2014). El proceso de enseñanza- aprendizaje de la Matemática. Documentos metodológicos. La Habana: Pueblo y Educación: 2014;
- Gallardo Romero, J. (2004). *Diagnóstico y evaluación de la comprensión del conocimiento matemático. El caso del algoritmo estándar escrito para la comprensión de números naturales*. [Tesis doctoral]. España: Universidad de Málaga. Recuperado a partir de: <http://funes.uniandes.edu.co/625/2/Gallardo2004Diagnostico.pdf>
- García Armas, K., Gallart Pérez, Y., & Martí Rivero, A. (2017). La tipología textual. Concepciones didácticas para la comprensión. *Didasc@lia: Didáctica y Educación*, 8(3). P 137-150. Recuperado a partir de: <http://www.runachayecuador.com/refcale/index.php/didascalía/article/view/1785/956>

- Godino, D.J., Batanero, C., & Font, V. (2017). Perspectiva ontosemiótica de la competencia y comprensión Matemática. Recuperado a partir de: <http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/competencia.pdf>
- Jiménez García, J., & Jiménez Izquierdo, S. (2017). GeoGebra, una propuesta para innovar el proceso enseñanza-aprendizaje en matemáticas. *Revista Electrónica sobre Tecnología, Educación y Sociedad*, 4(7). Recuperado a partir de: <http://www.ctes.org.mx/index.php/ctes/article/view/654/736>
- Juidías Barroso, J., & Rodríguez Ortiz, I. (2007). Dificultades de aprendizaje e intervención psicopedagógica en la resolución de problemas matemáticos. *Educación*, 342: 257-286. Recuperado a partir de: [http://www.revistaeducacion.mec.es/re342/re342\\_13.pdf](http://www.revistaeducacion.mec.es/re342/re342_13.pdf)
- Larrain, M. (2016). Comprensión del razonamiento matemático de los estudiantes: una práctica pedagógica inclusiva. *Unión Revista iberoamericana de educación matemática*, No.45: 152-161. Recuperado a partir de: [http://www.fisem.org/www/union/revistas/2016/45/45\\_articulo08.pdf](http://www.fisem.org/www/union/revistas/2016/45/45_articulo08.pdf)
- López, C. (2015). *Habilidades de comprensión lectora requeridas para la solución de problemas matemáticos en alumnos universitarios*. Tesis de Maestría en Educación. Recuperado a partir de: [https://pirhua.udep.edu.pe/bitstream/handle/11042/2311/MAE\\_EDUC\\_170.pdf?sequence=1](https://pirhua.udep.edu.pe/bitstream/handle/11042/2311/MAE_EDUC_170.pdf?sequence=1)
- Meel, D. (2003). Modelos y teorías de la comprensión matemática: comparación de los modelos de Pirie y Kieren sobre el crecimiento de la comprensión matemática y la teoría APOE. *Relime*, 6(3): 221-271.
- Rodríguez Rivero, L., Ponce Valdés, Y., & Pérez González, I. (2016). La comprensión matemática de las funciones en interdisciplinariedad con la Física a través de problemas de la vida práctica. *Unión*, No.47: 176-191. Recuperado a partir de: <http://www.fisem.org/www/union/revistas/2016/47/121-%20Corrigido-interdisciplinariedad%20y%20comprension%20matematica.pdf>
- Sandoval Rubilar, P., Frit Carrillo, M., Maldonado Fuentes, A., & Rodríguez Alveal, F. (2014). Evaluación de habilidades en matemática y comprensión lectora en estudiantes que ingresan a pedagogía en educación básica: un estudio comparativo en dos universidades del Consejo de Rectores. Jun. 2014.]; 28(2): 335-346. Recuperado a partir de: [http://www.redalyc.org/pdf/335/Resumenes/Abstract\\_33511303\\_2.pdf](http://www.redalyc.org/pdf/335/Resumenes/Abstract_33511303_2.pdf)

Van Hiele, P. (1957). El problema de la comprensión. En conexión con la comprensión de los escolares en el aprendizaje de la geometría. Recuperado a partir de: <http://www.uv.es/gutierre/aprenggeom/archivos2/VanHiele57.pdf>

Villa Ochoa, J. (2012). *La comprensión de la tasa de variación para una aproximación al concepto de derivada. Un análisis desde la teoría de Pirie y Kieren*. [tesis doctoral]. Recuperado a partir de: <http://www.rc.unesp.br/gpimem/downloads/teses/lacompresion-tasadevariacion.pdf>