Original

La resolución de problemas aritméticos, por el método de determinación de casos extremos

The resolution of arithmetic problems, by the method of determining extreme cases

Eduardo Miguel Pérez Almarales, Profesor Auxiliar, Instituto Preuniversitario Vocacional de Ciencias Exactas “Silberto Álvarez Aroche”, Centro Nacional de Entrenamiento para Olimpiadas de Conocimientos, Cuba, eduardopa@rimed.cu

Edel Ernesto Pérez Almarales, Instituto Preuniversitario Vocacional de Ciencias Exactas “Silberto Álvarez Aroche”, Cuba, edelpa@ipvce.gr.rimed.cu

Inés María Lago Guerrero, Escuela Secundaria Básica Urbana “Manuel Hernández Osorio”, Cuba, ilagoguerrero@gmail.com

Recibido: 26/4/2018 Aceptado: 20/10/2018

RESUMEN

Dentro de la asignatura Matemática en los diferentes niveles uno de los tópicos más importantes es la resolución de problemas, pues ellos permiten desarrollar en los estudiantes habilidades generales y específicas, además, mediante dicho tópico se pueden trabajar los distintos contenidos que en la asignatura se tratan. Saber resolver problemas es una habilidad necesaria de toda persona. La vida enfrenta a las personas a problemas constantemente que se deben resolver. En la escuela cubana actual los estudiantes generalmente después que reciben en la Secundaria Básica el trabajo algebraico, abandonan las vías aritméticas de solución. Es indispensable para el desarrollo exitoso de la educación matemática en todos los niveles de enseñanza contribuir al desarrollo del pensamiento productivo de los estudiantes, la utilización de vías aritméticas de solución desempeñan un importante papel en esta tarea. Generalmente los estudiantes talentosos en Matemática, prefieren seguir usando estas vías, pues dependen solamente de su razonamiento. Si se motiva a los estudiantes a utilizar estos métodos de solución se puede lograr mejores resultados y mejores modos de actuación hacia el aprendizaje de las Matemáticas. El artículo tiene como propósito dotar a profesores y estudiantes de un método para resolver problemas aritméticos, presentando variados ejercicios.

Palabras claves: problema; aritmética; casos extremos

ABSTRACT

On the subject Mathematics in the different levels one of the most important topics is problem solving, because they allow students to develop general and specific skills, also through this topic you can work the different contents in the subject are treated. Know how to solve problems is a necessary skill of every person. Life confronts people with constantly problems that must be resolved. In the current Cuban school the students, generally after receiving the algebraic work in the Basic Secondary School, abandon the arithmetic ways of solution. It is essential for the successful development of mathematics education at all levels of education to contribute to the development of students' productive thinking, the use of arithmetical means of solution play an important role in this task. Generally the talented students in Mathematics, prefer to continue using arithmetic ways of solution, because they depend only on their reasoning. If students are motivated to use these methods of solution, they can achieve better results and better ways of acting towards learning mathematics. The purpose of the article is to provide teachers and students with a method to solve arithmetic problems, presenting various exercises.

Key words: problem; arithmetic; extreme cases

INTRODUCCIÓN

En toda la historia de la humanidad la Matemática ha sido una ciencia primordial en el proceso de desarrollo social, y por tanto, es de gran importancia para el hombre enseñarla y aprenderla. A pesar de ello, los resultados en el sentido de su aprendizaje han sido generalmente bajos. La Matemática ha resultado una asignatura difícil para los estudiantes en una gran cantidad de países, por ello, es que en la enseñanza de esta ciencia es indispensable buscar alternativas para hacerla más emotiva.

Dentro de la asignatura Matemática en los diferentes niveles, uno de los tópicos más importantes es la resolución de problemas, pues ellos permiten desarrollar en los estudiantes habilidades generales y específicas, teniendo en cuenta que la resolución de problemas está íntimamente vinculada con los restantes contenidos que se trabajan en dicha asignatura.

El Ministerio de Educación cubano ha brindado gran importancia al planteamiento y resolución de problemas matemáticos, esto se ha evidenciado en las transformaciones del enfoque metodológico de la Matemática Educativa, dentro de los objetivos generales de la asignatura se plantea según Colectivo de autores del Ministerio de Educación (MINED, 2003) que es importante la presentación y tratamiento de los nuevos contenidos a partir del planteamiento y solución de problemas prácticos de carácter político-ideológico, económico-laboral y científicoambiental, y no solo desde la propia lógica de la Matemática. El aspecto planteado constituye el eje central del trabajo con los contenidos de la asignatura.

En la escuela cubana actual los estudiantes generalmente después que reciben en la Secundaria Básica el trabajo algebraico, abandonan las vías aritméticas de solución. Es indispensable para el desarrollo exitoso de la educación matemática en todos los niveles de enseñanza contribuir al desarrollo del pensamiento productivo de los estudiantes. La utilización de las vías aritméticas de solución juega un importante papel en esta tarea.

Generalmente los estudiantes talentosos en Matemática, prefieren seguir usando estas vías, pues dependen solamente de su razonamiento. Si se motiva a los estudiantes a utilizar estos métodos de solución se puede lograr mejores resultados y mejores modos de actuación hacia el aprendizaje de las Matemáticas.

El método que se propone tiene un fundamento teórico sumamente sencillo pero permite resolver un gran número de problemas que por otras vías resultan mucho más trabajosos.

Población y muestra

La resolución de problemas matemáticos utilizando variadas vías de solución permite que el proceso de enseñanza-aprendizaje sea desarrollador. Según el Colectivo de autores (2007) el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática es desarrollador, si en cada uno de sus estudiantes se logra la adquisición de los conocimientos, habilidades y capacidades matemáticas requeridas para realizar aprendizajes durante toda su vida; se potencia el tránsito progresivo de la dependencia a la independencia y a la autorregulación y se promueve el desarrollo integral de la personalidad.

La resolución de problemas, incide de forma significativa en los elementos antes mencionados, pues permite promover el desarrollo integral de la personalidad de los estudiantes porque a medida que aprenden las habilidades propias de la Matemática para resolver problemas van adquiriendo otras informaciones que le permiten lograr una cultura general integral.

Con la resolución de problemas aritméticos se va logrando una mayor independencia cognoscitiva en los estudiantes. Además, por la vinculación con situaciones de la vida cotidiana, se logra que lo que aprenden puedan aplicarlo durante toda su vida.

El profesor tiene como papel enseñarle al estudiante los elementos teóricos que necesita para resolver problemas matemáticos, incluyendo la vía aritmética, modos de pensamiento y elementos heurísticos que les pueden servir como guía para desarrollar su trabajo. El estudiante debe llevar a la práctica todo lo aprendido, al mismo tiempo que contribuye a la elaboración de nuevos problemas y al trabajo grupal que se plantea.

Córdova (1997) define el aprendizaje como un proceso de realización personal y social permanente, de construcción y reconstrucción de lo psíquico, a través del cual el hombre se apropia de la experiencia histórico-social de su época, que lo hace crecer como personalidad y lo prepara para transformar su mundo y al mismo tiempo que se transformar a sí mismo.

En esta definición se puede apreciar la actividad autorreguladora de la personalidad presente en el proceso de aprendizaje, así como el carácter histórico-social y colectivo que tiene este proceso.

Por su parte, Valle Lima (2007) considera que las transformaciones de la Secundaria Básica exigen un cambio en el proceso de enseñanza-aprendizaje promoviendo que el profesor deberá concebir la clase de una forma desarrolladora.

La resolución de problemas debe desarrollarse en un ambiente afectivo, de comunicación, de intercambio, para que el estudiante se apropie no de determinados conocimientos para solucionar determinados problemas, sino que debe adquirir estrategias de aprendizaje, que posibiliten el desarrollo de esta capacidad.

Ello, al mismo tiempo enriquecerá la capacidad general para resolver problemas en cualquier ámbito de actuación, lo que definitivamente le permitirá crecerse como personalidad y actuar transformadoramente sobre el medio social en que se desenvuelve.

Según Campistrous y Rizo (1996) se denomina problema a toda situación en la que hay un planteamiento inicial y una exigencia que obliga a transformarlo. La vía para pasar de la situación inicial a la nueva situación exigida tiene que ser desconocida y la persona debe querer hacer la transformación. En este concepto se tiene en cuenta la relación que debe existir entre el aspecto objetivo y subjetivo en la solución de un problema.

Para que los estudiantes aprendan a resolver problemas, es necesario plantear problemas no rutinarios, en los cuales se desarrollen estrategias de solución reflexiva mediante el empleo de técnicas que deben ser objeto de estudio, utilizando elementos heurísticos.

Se habla de problemas aritméticos cuando la vía fundamental de solución es la aplicación de una o varias de las cuatro operaciones básicas con números.

Los trabajos de Polya, tienen un gran impacto en la enseñanza matemática especialmente en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la resolución de problemas, por ello, cualquiera que investigue sobre este tema debe tener en cuenta sus postulados. Según Polya (1976) resolver un problema es encontrar un camino allí donde no se conocía camino alguno, encontrar la forma de salir de una dificultad, de sortear un obstáculo, conseguir el fin deseado que no es conseguible de forma inmediata utilizando los medios adecuados. Para resolver problemas, es indispensable trabajar mucho con estos, estudiarlos minuciosamente y valorar los distintos modos de solucionarlos.

No se puede ver la resolución de problemas como un resultado, sino como un medio efectivo para favorecer el desarrollo del pensamiento del estudiante. La resolución de problemas, desde el punto de vista didáctico pretende, en lo fundamental, cambiar la percepción y actuación del estudiante.

Para lograr resultados significativos es preciso enseñar a los estudiantes estrategias generales y específicas de trabajo que le permitirán abordar la resolución de problemas con mayor posibilidad de éxito en esta actividad. La necesidad de aprender a resolver problemas es indispensable para la formación integral de los estudiantes, pues una vez desarrollada esta habilidad, este podrá enfrentarse a resolver diferentes situaciones de la vida.

El surgimiento de un problema no aparece de manera directa con la presentación formal del mismo, sino que aparece después de ser interiorizado por el estudiante y se logra de manera más rápida si está relacionado con el contexto socio-cultural en el cual se desarrolla el estudiante.

La solución del problema es en esencia un razonamiento. Es un proceso mediante el cual se extraen juicios y conclusiones. El razonamiento requerido en un problema es el que conecta lo dado con lo buscado sin errores lógicos. Para lograr resultados positivos en la solución de problemas es indispensable dotar al estudiante de los estímulos suficientes para que pueda activar por sí mismo las formas esenciales del pensamiento. Mientras más frecuente y sistemático sea el trabajo con estos estímulos en la resolución de problemas, más rápido se logrará que los estudiantes creen los autoestímulos que los llevarán a lograr la ansiada independencia cognitiva.

Los motivos juegan un papel importante en el logro de resultados sobresalientes en la solución de problemas, pues el individuo que se enfrenta a la solución del problema debe estar interesado en resolverlo.

El método de la utilización de casos extremos funciona suponiendo que todos los elementos de los que se tratan en el problema son de un mismo tipo, analizando que implicaciones tiene este cambio y llegando a la cantidad de elementos del otro tipo que se quiere buscar. Este método es conveniente utilizarlo en problemas en los cuales se conozca el total de objetos, el total de contenido y el contenido de cada tipo de objeto. Estos elementos se podrán observar en los problemas que a continuación se proponen.

1. En una alcancía habían 198 monedas, de dos tipos diferentes \$3,00, y \$0,20. Se sabe que al contar el dinero la cantidad era \$190,80. ¿Cuántas monedas de cada tipo había en la alcancía?

Solución:

En este problema es conveniente utilizar casos extremos, pues se conoce el total de objetos, las 198 monedas, el total de contenido, los 190,80 pesos y el contenido de cada tipo de objeto, monedas de 3 pesos y monedas de 20 centavos. Supongamos que todas las monedas fueran de \$0,20, entonces el dinero que habría sería $198 \cdot \$0{,}20 = 39{,}60$, es decir $\$39{,}60$, por tanto la cantidad disminuyó en $190{,}80 - 39{,}60 = 151{,}20$. Por cada moneda que cambié de $\$3{,}00$ por una de $\$0{,}20$ pierdo $\$2{,}80$. Luego la cantidad de monedas de \$3,00 se obtiene dividiendo $151{,}20$ entre $2{,}80$, con lo cual se obtienen 54, que sería la cantidad de monedas de $\$3{,}00$, por tanto la cantidad de monedas de $\$0{,}20$ es 144.

2. Compré 60 frutas, entre mangos y guayabas, por \$29,00. Se sabe que los mangos cuestan a \$0,60 y las guayabas a 40 centavos cada una. ¿Cuántas frutas de cada tipo compré?

Solución:

En este problema es conveniente utilizar casos extremos, pues se conoce el total de objetos, las 60 frutas, el total de contenido, los 29 pesos que gasté y el contenido de cada tipo de objeto, el precio de cada mango, 0,60 pesos y el de cada guayaba, 0,40 pesos. Supongamos que todas las frutas sean mangos, entonces el costo sería $60 \cdot 0{,}60 = 36{,}00$, es decir el precio aumentó en \$7,00, por cada guayaba que cambié por mango el precio aumentó \$0,20. Entonces la cantidad de guayabas se obtiene dividiendo 7,00 entre 0,20, es decir 35, entonces la cantidad de mangos es 60 – 35 = 25.

R/ Compré 35 guayabas y 25 mangos.

3. En una feria internacional del libro compramos para regalarle a los ganadores del concurso provincial de Matemática 40 libros, una parte de ellos costaron \$18,00 cada uno y los restantes \$20,00 cada uno. Si gastamos \$748,00, ¿Cuántos libros de cada tipo compramos?

Solución:

En este problema es conveniente utilizar casos extremos, pues conocemos el total de objetos, los 40 libros, el total de contenido, el costo total de 748 pesos y el contenido de cada tipo de objeto, libros de a 18 pesos cada uno y libros de a 20 pesos cada uno. Supongamos que todos los libros lo hubiéramos comprado de $20,00, entonces habríamos gastado $800,00, por tanto el costo aumentaría en $52,00, por cada libro de $18,00 que se cambia por uno de $20,00 hay que pagar $2,00 más. Por tanto la cantidad de libros de $18,00 se obtiene dividiendo 52 entre 2, es decir 26 y la cantidad de libros de $20,00 fue 14.

R/ Compramos 14 libros de $20,00 y 26 de $18,00.

4. En una granja hay cerdos, carneros y gallinas. Se sabe que en total son 152 animales, un niño contó sus patas y eran en total 496. Se sabe que hay 12 carneros más que cerdos. ¿Cuántos animales de cada tipo hay?

Solución:

En este problema es conveniente utilizar casos extremos, pues conocemos el total de objetos, las 152 animales, el total de contenido, las 496 patas y el contenido de cada tipo de objeto, carneros y cerdos, 4 patas cada uno y gallinas, 2 patas cada una. Realicemos una suposición extrema, es decir suponer que todos los animales sean gallinas, entonces el número de patas sería $152 \cdot 2 = 304$. Pero como en realidad sabemos que hay 496, entonces con el cambio se disminuyeron $496 - 304 = 192$ patas, por cada animal de cuatro patas que cambié por una gallina estoy perdiendo 2 patas. Por lo tanto el número de animales de cuatro patas se obtendría dividiendo 192 entre 2, por ello hay 96 animales de cuatro patas y por tanto $152 - 96 = 56$, que es el número de gallinas que hay en la granja.

Como se conoce que hay 12 carneros más que cerdos, utilizando la relación aritmética $Suma + Diferencia = 2\,Mayor$.

$96 + 12 = 108$, que sería el doble de la cantidad de carneros, entonces en la finca hay 54 carneros y por tanto 42 cerdos.

5. Compré 36 libras de vianda, entre plátano, boniato y yuca, por $19,20. Se sabe que las libras de boniato y yuca cuestan $0,60 y que la libra de plátano cuesta $0,40. Si compré 4 libras más de yuca que de boniato, ¿cuántas libras de cada tipo de vianda compré?

Solución:

En este problema es conveniente utilizar casos extremos, pues conocemos el total de objetos, las 36 libras de vianda, el total de contenido, el costo total de 19,20 pesos y el contenido de cada tipo de objeto, boniato y yuca, a 0,60 pesos y plátano, 0,40 pesos. Determinemos como caso extremo que todo lo que compré, fueron viandas de a $0,60 la libra, entonces hubiera gastado $0{,}60 \cdot 36 = 21{,}60$, pero conozco que en realidad gasté $19,20, por tanto el costo hubiera aumentado en $2,40. Por cada libra de plátano que cambié para otra vianda de $ 0,60, tuve que pagar $ 0,20 más. De aquí se puede concluir que la cantidad de libras de plátano que compré se obtiene dividiendo 2,40 entre 0,20, que serían 12 libras, por ello entre yuca y boniato compré 24 libras, como compré 4 libras más de yuca que de boniato, por la misma relación aritmética utilizada en el ejercicio anterior, concluimos que compré 14 libras de yuca y 10 de boniato.

6. Se sabe que en una tienda se venden calzoncillos y medias. Si el cliente compra más de 10 de un tipo tiene que pagar $10,00, por cada uno hasta 10, y a partir de ahí pagar $15,00 por cada calzoncillo y $12,00 por cada par de medias. Un señor compró 34 artículos, más de 10 ejemplares de cada tipo y gastó $392,00, ¿cuántos de cada uno compró?

Solución:

Por los 10 primeros calzoncillos y por los 10 primeros pares de medias pagó $200,00, entonces en compras extras pagó $192,00 por 14 artículos. En este problema es conveniente utilizar casos extremos, pues conocemos el total de objetos, los 14 artículos, el total de contenido, el costo total de 192,00 pesos y el contenido de cada tipo de objeto, calzoncillos, a 15 pesos y medias, a 12 pesos. Supongamos que todos los artículos comprados sean calzoncillos entonces habría gastado $14 \cdot 15 = 210$, entonces habría gastado de más $210 - 192 = 18$. Por cada media que cambió por calzoncillo tuvo que pagar $3,00 más, entonces la cantidad de medias se obtiene dividiendo 18 entre 3, es decir, 6 pares y la cantidad de calzoncillos adicionales 8.

R/ Compró 16 pares de medias y 18 calzoncillos.

7. Alejandro hizo dos llamadas de larga distancia desde La Habana, una a Santiago de Cuba y la otra a Matanzas. La operadora al final le informa que habló en cada ocasión más de 3 minutos y que en total estuvo conversando 15 minutos, por lo que debe pagar $7,40. Más tarde, Alejandro consultó la siguiente tabla para saber lo que le cobraron por cada llamada:

Provincia	3 primeros minutos	Minuto adicional
Santiago de Cuba	2,40	0,60
Matanzas	1,00	0,25

¿Cuántos minutos estuvo hablando Alejandro con cada provincia?

¿Cuánto pagó por cada llamada?

(Este problema se evaluó en la Prueba de Ingreso a la Enseñanza Superior, en Cuba en el curso 1999 – 2000)

Solución:

Quitemos los primeros 3 minutos con cada destino, entonces el tiempo extra es 9 minutos y el gasto por el tiempo extra es $4,00.

En este problema es conveniente utilizar casos extremos, pues conocemos el total de objetos, los 9 minutos, el total de contenido, el costo total de 4 pesos y el contenido de cada tipo de objeto, minuto adicional a Santiago de Cuba, a 0,60 pesos y minuto adicional a Matanzas, a 0,25 pesos. Supongamos que todo el tiempo extra habló con Matanzas, entonces hubiera gastado $\$0{,}25 \cdot 9 = \$2{,}25$.

Como realmente gastó $4,00, entonces disminuyó en $1,75, en cada minuto que cambié de Santiago de Cuba para Matanzas gasta $\$0{,}60 - \$0{,}25 = \$0{,}35$ menos.

La cantidad de minutos extras que estuvo hablando con Santiago de Cuba se calcula dividiendo 1,75 entre 0,35, entonces habló extra 5 minutos con Santiago de Cuba y 4 minutos con Matanzas. En total fueron 8 con Santiago de Cuba y 7 con Matanzas y los costos respectivos de las llamadas fueron $5,40 y $2,00.

8. Se conoce que el costo de cada camisa de uniforme es 4,83 CUC y el de cada blusa 4,26 CUC, por este concepto, para un uniforme, en un grupo de 39 estudiantes el Estado invirtió 176,40 CUC. ¿Cuántos varones y cuántas hembras hay en el grupo?

Solución:

En este problema es conveniente utilizar casos extremos, pues conocemos el total de objetos, los 39 estudiantes, el total de contenido, el costo total de 176,40 CUC y el contenido de cada tipo de objeto, blusa, a 4,26 CUC y camisa, a 4,83 CUC. Supongamos que todos los estudiantes son varones, entonces el costo sería 188,37, pero el costo real fue 176,40, por tanto podemos observar que el costo aumentó en 11,97, por cada hembra que cambié por varón el precio aumentó en 0,57, es por ello que la cantidad de hembras es $11{,}97 : 0{,}57 = 21$, entonces la cantidad de varones es la diferencia del total y esta cantidad, es decir $39 - 21 = 18$, de manera análoga se trabaja si se supone que los 39 estudiantes son hembras.

9. Se conoce que el costo de un libro de texto es 1,21 CUC y el de cada cuaderno de trabajo es de 0,18 CUC, por este concepto, para libros de texto y cuadernos de trabajo de Matemática, en un grupo de 39 estudiantes el estado invirtió 50,79 CUC en los 59

libros que tienen los estudiantes. ¿Cuántos libros de textos y cuántos cuadernos de trabajo se entregaron al grupo?

Solución:

En este problema es conveniente utilizar casos extremos, pues conocemos el total de objetos, los 39 estudiantes, el total de contenido, el costo total de 50,79 CUC y el contenido de cada tipo de objeto, libro de texto, a 1,21 CUC y cuaderno de trabajo, a 0,18 CUC. Supongamos que todos son libros de texto, entonces el costo sería 71,39 CUC, pero el costo real fue 50,79 CUC, por tanto, podemos observar que el costo aumentó en 20,60 CUC, por cada cuaderno de trabajo que cambié por libro de texto precio aumentó en 1,03 CUC, es por ello que la cantidad de cuadernos es 20,60∶ 1,03 = 20, entonces la cantidad de libros de texto es la diferencia del total y esta cantidad, es decir 59 – 20 = 39, de manera análoga se trabaja si se supone que los 59 libros entregados son cuadernos de trabajo.

10. En la merienda escolar, en una semana, algunas veces se dio bocadito de queso y otras veces bocadito de embutido. Si se sabe que el embutido cuesta a $2,75 y el queso a $2,10. El Estado invirtió por las 39 meriendas en la semana $ 518,70, se conoce además, que el precio del yogurt es $0,30. ¿Cuántas veces se ofertó cada producto?

Solución:

Lo primero es buscar cuánto cuesta el yogurt en cinco días.

$39 \cdot 0{,}30 \cdot 5 = 58{,}50.$

El yogurt cuesta en cinco días $ 58,50.

Esto lo restamos del total obteniendo 518,70 – 58,50 = 460,00.

En este problema es conveniente utilizar casos extremos, pues conocemos el total de objetos, los 39 estudiantes, el total de contenido, el costo total de 460 CUC y el contenido de cada tipo de objeto, queso, a 2,10 CUC y embutido, a 2,75 CUC. Supongamos que todos los días se dio queso, para ello busquemos cuánto cuesta el bocadito de queso y cuánto el embutido para el grupo.

Con queso cuesta en un día: $39 \cdot 2{,}10 = 81{,}90$ y con embutido $39 \cdot 2{,}75 = 107{,}25$.

En los cinco días busquemos el queso:

El queso sería: $81{,}90 \cdot 5 = 409{,}50$, pero realmente el precio fue $ 460, 20, es decir, el precio bajó $460{,}20 - 409{,}50 = 50{,}70$.

Por cada embutido que cambié por queso el precio baja en $25,35.

Entonces hubo embutido $50{,}70 : 25{,}35 = 2$, es decir, 2 días se dio embutido y$5 - 2 = 3$ días queso.

R/ Se ofertó tres días queso y dos embutido.

11. Una de las obras que se construyen para los Juegos Panamericanos es abastecida de arena por camiones de 8,0 m^3 y 4,5 m^3 de capacidad. Si en un día llegaron 33 camiones que transportaron 187 m^3 de arena. ¿Cuántos viajes de cada tipo llegaron a la obra ese día? (Prueba de Ingreso al MES curso 1990-1991)

Solución:

En este problema es conveniente utilizar casos extremos, pues conocemos el total de objetos, los 33 camiones, el total de contenido, la cantidad de arena a transportar 187 m^3 y el contenido de cada tipo de objeto, camiones de 8,0 m^3 y de 4,5 m^3 de capacidad. Si todos los camiones fueran de 8,0 m^3 hubieran transportado 264 m^3 de arena, pero realmente se transportaron 187 m^3.

¿En cuánto aumentaría el total de arena transportada?

En $264\, m^3 - 187\, m^3 = 77\, m^3$.

¿Por cada camión de 4,5 m^3 que cambiamos por uno de 8,0 m^3, qué cantidad más se transporta?

Sería $8{,}0\, m^3 - 4{,}5\, m^3 = 3{,}5\, m^3$.

Entonces el total de camiones de 4,5 m^3 que se usaron se calcula como $\frac{77}{3{,}5} = 22$ y por tanto, la cantidad de camiones de 8,0 m^3 fue 33 – 22 = 11.

R/ Se emplearon 22 camiones de 4,5 m^3 y 11 camiones de 8,0 m^3.

12. En saludo al VIII Congreso de los Comités de Defensa de la Revolución (CDR), un CDR del municipio Bayamo de 45 núcleos familiares, clasificados en pequeños y grandes, tienen previsto organizar la despedida de los jóvenes que culminan el duodécimo grado e ingresan al Servicio Militar General. Para la actividad se recaudaron 270 pesos. Los núcleos pequeños aportaron 5 pesos cada uno y los grandes entregaron 8 pesos por núcleos. ¿Cuántos núcleos familiares de cada tipo tiene el CDR? (Comprobación provincial de Matemática)

Solución:

En este problema es conveniente utilizar casos extremos, pues conocemos el total de objetos, los 45 núcleos, el total de contenido, los 270 pesos y el contenido de cada tipo de objeto, núcleos pequeños, a 5 pesos y núcleos grandes, a 8 pesos. Si todos los núcleos hubieran sido pequeños se hubiera recaudado $45 \cdot 5 = 225$, es decir, se hubieran recaudado $270 - 225 = 45$ pesos menos. Por cada núcleo grande que cambio por pequeño dejo de ingresar $8 - 5 = 3$ pesos menos. Por lo tanto el número de núcleos grandes se puede calcular como $\frac{45}{3} = 15$ y el número de núcleos pequeños sería $45 - 15 = 30$.

R/ El CDR tiene 15 núcleos grandes y 30 pequeños.

13. En un almacén de alimentos fueron depositados 2210 kg de arroz, los que fueron envasados en 50 sacos, unos que pesaban 46 kg cada uno y otros que solo pesaban 40 kg. ¿Qué cantidad de sacos de cada tipo fueron utilizados? (Comprobación provincial de Matemática)

Solución:

En este problema es conveniente utilizar casos extremos, pues conocemos el total de objetos, los 50 sacos, el total de contenido, los 2210 kg de arroz y el contenido de cada tipo de objeto, sacos de 46 kg y sacos de 40 kg. Si todos los sacos utilizados hubieran sido de 40 kg entonces se hubieran almacenado $40 \cdot 50 = 2000\ kg$, pero realmente el total de arroz a almacenar es 2210 kg, por tanto, faltarían por envasar 210 kg de arroz. Por cada saco de 46 kg que cambio por uno de 40 kg dejo de envasar 6 kg. Por tanto, el total de sacos de 46 kg es $\frac{210}{6} = 35$ y el número de sacos de 40 kg sería $50 - 35 = 15$.

R/ Fueron utilizados 35 sacos de 46 kg y 15 sacos de 40 kg.

CONCLUSIONES

1. La resolución de problemas por casos extremos les ha permitido a los estudiantes apropiarse de un nuevo método para resolver problemas en los cuales se conozca el total de objetos, el total de contenido y el contenido de cada tipo de objeto. Del mismo modo permitió a los estudiantes talentosos familiarizarse con el principio del elemento extremo que luego ha podido utilizar en variados problemas en los campos del Álgebra, la Geometría, la Teoría de Números y la Combinatoria. De manera cualitativa los estudiantes se motivaron más con la resolución de problemas y lograron un análisis más eficiente de los textos de los ejercicios en este campo y en otros posteriores.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Ballester, S. (1999). Enseñanza de la Matemática y dinámica de grupo. La Habana: Academia.

Ballester, S. (1995). Metodología de la Enseñanza de la Matemática. México: Universidad autónoma de Sinaloa.

Barrel, J. (1999). El aprendizaje basado en problemas. Un enfoque investigativo. Buenos Aires: Manantial.

Colectivo de autores, MINED. (2003). Programa de Matemática séptimo grado. La Habana: Pueblo y Educación.

Colectivo de autores, MINED. (2007). Didáctica de las Matemáticas. La Habana: Pueblo y Educación.

Colectivo de autores, MINED. (2007). Modelo de Secundaria Básica. La Habana: Pueblo y Educación.

Campistrous, L., y Rizo, C. (1996). Aprende a resolver problemas aritméticos. La Habana: Pueblo y Educación.

Capote, M. (2002). La etapa de orientación en la resolución de problemas aritméticos. La Habana: Avances.

Córdova, M. D. (1997). La estimulación intelectual en situaciones de aprendizaje. MINED. La Habana: Instituto Superior Pedagógico Enrique José Varona.

Cruz, M. (2002). Estrategia metacognitiva en la formulación de problemas para la enseñanza de la Matemática. Holguín: Instituto Superior Pedagógico José de la Luz y Caballero.

González, D. (2001). La superación de los maestros primarios en la formulación de problemas matemáticos. La Habana: Instituto Superior Pedagógico Enrique José Varona.

Labarrere, A. (1988). Cómo enseñar a los alumnos de primaria a resolver problemas. La Habana: Pueblo y Educación.

Pérez, L. M. (2004). La personalidad: su diagnóstico y su desarrollo. La Habana: Pueblo y Educación.

Polya, G. (1976). Cómo plantear y resolver problemas. México: Trillas.

Quevedo, D. (2004). La solución de problemas en el Área de Ciencias Exactas de la Secundaria Básica. La Habana: UCP Enrique José Varona.

Torres, P. (1986). El método heurístico en la enseñanza de la Matemática del nivel medio general. Revista Educación (60).

Valle, A. D. (2007). La Secundaria Básica en Cuba, sus transformaciones, diferencias y semejanzas con América Latina. La Habana: Pueblo y Educación.