

## ASPECTOS METODOLÓGICOS DE LA MATEMÁTICA APLICADA EN LA COMPLEJIDAD NEURONAL

### Methodological aspects of applicated mathematics in neuronal complexty

Ing. Inelda Anabelle Martillo Alcivar

Sistemas computacionales, Universidad Católica de Santiago Guayaquil. Jefa principal de carrera Guayaquil. Ecuador [pmgguayaquil@gmail.com](mailto:pmgguayaquil@gmail.com)

Dr.C. Anier Soria Lorente

Departamento de matemáticas. Universidad de Granma [asorial@udg.co.cu](mailto:asorial@udg.co.cu)

Ing. Pedro Manuel Garcia Arias

Docente Universidad Estatal de Guayaquil. Master en Nuevas tecnologías para la educación. Ecuador, [pmgarcia1968@gmail.com](mailto:pmgarcia1968@gmail.com).

Dr.C. Odonel Martínez Barzaga

Facultad de Cultura Física Universidad de Granma.

[omartinezb@udg.co.cu](mailto:omartinezb@udg.co.cu)

Recibido: 15/09/16 / Aceptado: 25/09/16

### RESUMEN

Este artículo hace referencia a los aspectos metodológicos respecto al estudio del cerebro en relación con la aplicación de las matemáticas en la complejidad neuronal, referenciando los aspectos más importantes con relación a la actividad neuronal en condiciones normales y patológicas, por ejemplo la conectividad funcional y efectiva en la neuroimagen en la cartografía humana cerebro. La presente revisión examina estos principios aplicados para referirse a la organización, el desarrollo y la función de las redes cerebrales complejas, y la aplicación de las matemáticas para la interpretación de la función cerebral. Al igual que la consideración sobre las redes cerebrales complejas y los otros aspectos en relación con la segregación y la integración en el cerebro y otro ejemplo de análisis de la complejidad neuronal en la discusión de un caso. Y al referente con la implicación de las matemáticas en los sistemas dinámicos no lineales. **Palabras claves:** matemática aplicada, complejidad neuronal, neuroimagen y mapeo cerebral.

## ABSTRACT

This article make a referent to methodological aspects the study of brain in relation to applicate mathematics in the neuronal complexity, the referring the most important aspects with relations to neuronal activity in normal conditions and pathological conditions, for example the functional and effective connectivity in neuroimaging in mapping human brain. The this review examines these principles as applied to refer with the organization, development and function of complex brain networks, and the application of mathematics for interpretation the brain funtion complextly. Like that consideration about complex brain networks and the others aspects in relationship to the segregation and integration in the brain and other example of analisys of neuronal complexity in the discussion of one case. And to referent with the implication of mathematics in the non linear dynamical systems.

**Key words:** Applied mathematics, neuronal complextly, neuroimaging and mapping human brain

## INTRODUCCIÓN

Olaf Sporns; Giulio Tononi (2001) refieren en su trabajo "Classes of Network Connectivity and Dynamics", que muchos tipos de sistemas complejos presentan patrones característicos de correlaciones temporales que emergen como el resultado de interacciones funcionales dentro de una red estructurada. Uno de estos sistemas complejos es el cerebro, compuesto de numerosas unidades neuronales unidas por conexiones sinápticas. La actividad de estas unidades neuronales da lugar a estados dinámicos que se caracterizan por patrones específicos de activación neuronal y coactivación. Estos patrones, llamados conectividad funcional, son posibles correlatos neurales de los procesos perceptivos y cognitivos. Los patrones de conectividad funcional surgen depende de la estructura anatómica de la red subyacente, que a su vez es modificada por una amplia gama de procesos dependientes de la actividad. Los autores, dada esta compleja relación entre la estructura y la función, la cuestión de cómo los patrones de conectividad anatómica limitan o determinan patrones dinámicos es de considerable importancia teórica. El presente estudio desarrolla computación para analizar redes en términos de su estructura y dinámica. Identificamos diferentes clases de red, incluyendo redes que se caracterizan por su alta complejidad. Estas redes altamente complejas tienen características estructurales distintas, tales como

conectividad agrupada y longitud de cableado corta similar a las de las redes a gran escala de la corteza cerebral.

Friston, K.J. (1994) declaran que la conectividad funcional de un sistema neuronal comprende el patrón de correlaciones temporales o desviaciones de la independencia estadística entre sus elementos neuronales que son generados por sus interacciones dinámicas. Una descripción completa de las estadísticas de un sistema neuronal está contenida en la función de distribución de probabilidad conjunta de las variables del sistema, con efectos de segundo orden (interacciones) contenidos en la matriz de covarianza, si la función de densidad conjunta es gaussiana, está completamente especificada por Su primer y segundo orden de momentos.

Otros autores como Zeki, S. (1978) y Niebur, E (1994) refieren que los momentos de segundo orden corresponden a la matriz de covarianza que es syn-onymous con su conectividad funcional. Dentro de las redes corticales, se han identificado dos principios de organización funcional. En primer lugar, las redes corticales contienen innumerables tipos de unidades neuronales especializadas que se segregan funcionalmente entre sí, a menudo organizadas en grupos o columnas.

Como ese Tononi, G; Sporns, O y Edelman, G.M (1994) se refieren, para lograr estados perceptivos y cognitivos globalmente coherentes, estas unidades segregadas tienen que ser funcionalmente integradas. La interacción entre segregación e integración da lugar a patrones distintos de conectividad funcional, tal como se expresa en la estructura de la matriz de covarianza.

Los autores señalaron que esta medida es baja si todas las unidades dentro de un sistema se comportan igual, por ejemplo, debido a una fuerte integración funcional en ausencia de especialización funcional. La medida es también baja si todas las unidades se comportan independientemente unas de otras, por ejemplo, debido a la falta de integración funcional entre ellas.

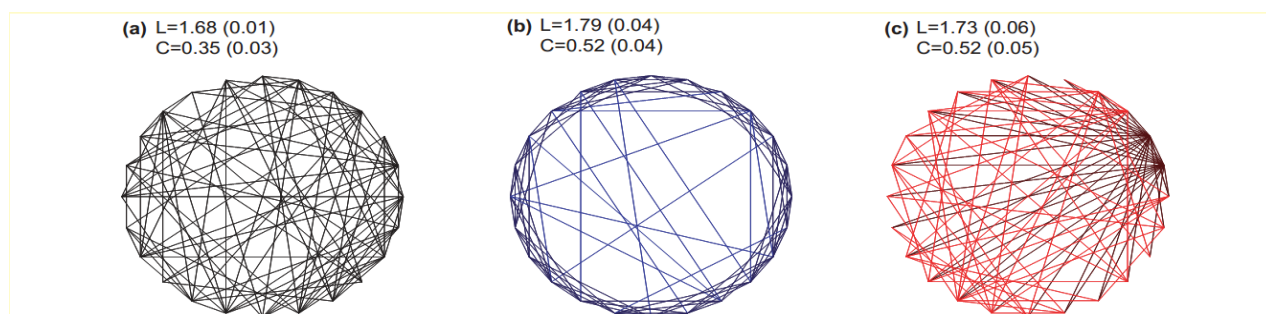
### **Organización, desarrollo y función de las redes cerebrales de complejidad**

Los otros importantes estudios sobre la complejidad neuronal se refieren a la base de la organización, el desarrollo y la función de las redes cerebrales complejas, que muchos estudios importantes en relación con las matemáticas cómo la ciencia interpretaba la actividad final en el cerebro humano.

Sobre la organización estructural de las redes corticales, la mayoría de los análisis estructurales de las redes cerebrales se han llevado a cabo en conjuntos de datos que describen los patrones de conexión a gran escala de la corteza cerebral de la rata como el estudio de Burns, G.A. Y Young, M.P. (2000) y otros animales como el gato y el mono, estos análisis han revelado varios principios organizativos expresados en las redes cerebrales estructurales. Todos los estudios confirmaron que las áreas corticales cerebrales de los cerebros de los mamíferos están íntegramente conectadas entre sí o aleatoriamente unidas; En cambio, sus interconexiones muestran una organización específica e intrincada.

Investigaciones recientes, para hacer Sporns, O; Dante R. Chialvo, M. Kaiser y Claus C. Hilgetag (2004) han revelado principios generales en la organización estructural y funcional de redes complejas que comparten varios sistemas naturales, sociales y tecnológicos. Esta revisión examina estos principios aplicados a la organización, desarrollo y función de redes cerebrales complejas. Específicamente, examinamos las propiedades estructurales de las redes cerebrales anatómicas y funcionales a gran escala y discutimos cómo podrían surgir en el transcurso del crecimiento de la red y el recableado.

Además, examinamos la relación entre el sustrato estructural de la neuroanatomía y patrones de conectividad funcionales y efectivos más dinámicos que subyacen a la cognición humana. Sugerimos que el análisis de redes ofrece nuevas perspectivas fundamentales en los aspectos globales e integradores de la función cerebral, incluyendo el origen de estados cognitivos flexibles y coherentes dentro de la arquitectura neuronal, por ejemplo, aparecen fig. 1.



1 Estructura de la red aleatoria, de pequeño mundo y libre de escala. A) Red aleatoria; B) red de pequeños caminos c) red libre de escala

---

## Segregación e integración en el cerebro

Las redes de la corteza cerebral presentan dos principios principales de organización estructural y funcional, segregación e integración, Friston, K.J (1997). La segregación anatómica y funcional se refiere a la existencia de neuronas especializadas y áreas cerebrales, a menudo organizadas en distintas poblaciones neuronales (grupos o columnas) o áreas corticales. Estos conjuntos especializados y segregados de neuronas responden selectivamente a características de entrada específicas (como orientación, frecuencia espacial o longitud de onda) o conjunciones de características (como caras).

Residen en áreas corticales que procesan dimensiones de características separadas (como color y movimiento) o modalidades sensoriales. Sin embargo, las unidades neuronales segregadas y especializadas no operan aisladamente. Bressler, S.L (1995) y Srinivasan, R .; Russell, D.P .; Edelman, G.M .; Tononi, G. (1999) se refieren a pruebas abundantes de que los estados perceptivos y cognitivos coherentes requieren la activación coordinada, es decir, la integración funcional de un gran número de neuronas dentro del sistema distribuido de la corteza cerebral. Así Varela, F .; Lachaux, J.-P .; Rodriguez, E.; Martinerie, J. (2001) se refieren a estudios electrofisiológicos que han demostrado que los estados perceptuales o cognitivos están asociados con patrones específicos y altamente dinámicos (breves) de correlaciones temporales (conectividad funcional) entre diferentes regiones del sistema talamocortical. El otro ejemplo de análisis de la complejidad neuronal en la discusión de un caso S.L. González; Andino. R .; Grave de Peralta, G .; Y otros autores en su investigación: "Medición de la complejidad de las series temporales: una aplicación a las señales neurofisiológicas", describió e ilustró aquí un enfoque para diferenciar la activación del ruido en señales neurofisiológicas de diversos orígenes con supuestos mínimos.

Este enfoque utiliza como medida de activación el RE calculado sobre la base de la representación en frecuencia de tiempo de las señales medidas. Aunque muchas de las propiedades teóricas adicionales de la ER se discuten en Baraniuk et al, (presentado), preferimos discutir aquí los méritos, las trampas y las advertencias de mayor relevancia práctica. No debe descuidarse que la falta de singularidad en esta definición de complejidad dada su dependencia de la TFR seleccionada es un defecto teórico obvio de este método. Más relevantes por razones prácticas son la presencia de componentes cruzados o términos de interferencia en la TFR que afectan la propiedad de recuento de

la RE. También las diferencias de amplitud y fase entre los componentes de la señal alteran los niveles de saturación asintótica como se ilustra en la Figura 2.

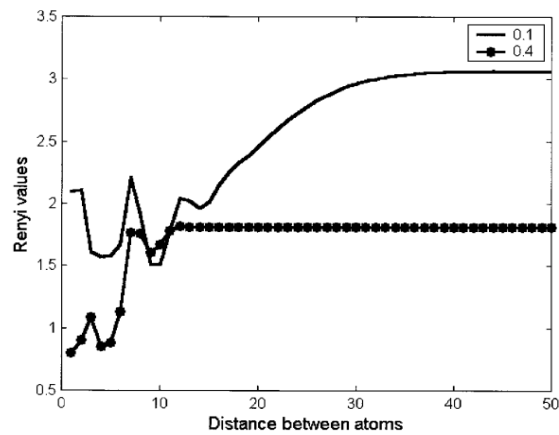


Figura 2. Valores de saturación de la separación de RE vs. átomos: Las curvas reflejan el valor de RE estimado para diferentes distancias entre los átomos gaussianos cuando se utiliza el escotograma de Morlet. Se muestran dos frecuencias normalizadas (0,01 y 0,04)

Esta es la razón por la cual la selección de una TFR adecuada, capaz de extraer las características relevantes de la señal a procesar con un mínimo de términos de interferencia, es un aspecto crucial en el análisis propuesto. Probablemente aún más importante que la selección de la propia TFR es la afinación adecuada de sus parámetros teniendo en cuenta el inconveniente de la compensación entre la resolución de tiempo y frecuencia.

### **Análisis dinámico no lineal de EEG y MEG: Revisión de un campo emergente**

El otro estudio sobre la complejidad neuronal en relación con la aplicación de la matemática es básicamente el análisis dinámico no lineal del campo emergente, como el que Stam, C.J. (2005) hace referencia a que muchos fenómenos complejos e interesantes en la naturaleza se deben a fenómenos no lineales. La teoría de los sistemas dinámicos no lineales, también llamada "teoría del caos", ha avanzado ahora a una etapa en la que es posible estudiar la autoorganización y la formación de patrones en las complejas redes neuronales del cerebro. Una aproximación al análisis de series temporales no lineales consiste en reconstruir, a partir de series de tiempo de EEG o MEG, un atractor del sistema dinámico subyacente y caracterizarlo en términos de su

dimensión (una estimación de los grados de libertad del sistema), o sus exponentes de Lyapunov Y la entropía (reflejo de la imprevisibilidad de la dinámica debido a la dependencia sensible de las condiciones iniciales). Las medidas no lineales más recientemente desarrolladas caracterizan otras características de la dinámica cerebral local (pronóstico, asimetría temporal, determinismo) o la sincronización no lineal entre grabaciones de diferentes regiones cerebrales.

El autor hace referencia a que se han aplicado series temporales no lineales a EEG y MEG de sujetos sanos durante estados de reposo sin tarea, procesamiento perceptual, desempeño de tareas cognitivas y diferentes etapas del sueño. También se han examinado muchos estados patológicos, desde estados tóxicos, convulsiones y trastornos psiquiátricos hasta enfermedad de Alzheimer, Parkinson y otras enfermedades nerviosas.

La interpretación de estos resultados en términos de "fuentes funcionales" y "redes funcionales" permite identificar tres patrones básicos de dinámica cerebral: dinámica normal y en curso durante un estado de reposo sin trabajo en sujetos sanos; Este estado se caracteriza por una alta complejidad dimensional y un nivel relativamente bajo y fluctuante de sincronización de las redes neuronales; Dinámica hipersincrónica altamente no lineal de crisis epilépticas; Dinámica de las encefalopatías degenerativas con un nivel anormalmente bajo entre la sincronización del área.

Sólo los niveles intermedios de sincronización de fluctuaciones rápidas, posiblemente debido a la dinámica crítica cerca de una transición de fase, se asocian con el procesamiento normal de la información, mientras que tanto los estados hiper-así como hipo-síncronos resultan en procesamiento de información dañado y conciencia alterada. Otras aplicaciones de la matemática en el cambio relevante de la ciencia está en interpretar la conducta del sistema dinámico no lineal. Este procedimiento computacionalmente exigente es uno de los pocos métodos para estudiar el comportamiento de un sistema dinámico cuando no hay solución cerrada para las ecuaciones de movimiento. A continuación, el meteorólogo Edward Lorenz, estudiando un modelo no lineal simple de la atmósfera utilizando la integración numérica, redescubrió la dinámica caótica de Poincaré y publicó la primera gráfica de un extraño atractor, el ahora famoso "atractor Lorenz" mostrado en la Fig. 3 (Lorenz, 1963).

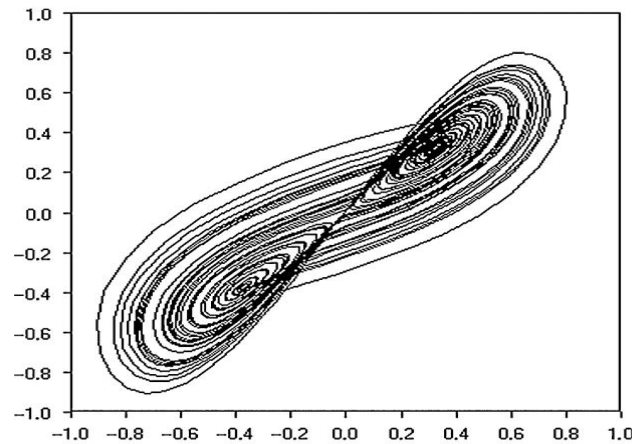


Fig.3. Retrato de fase dimensional del atractor Lorenz descubierto por Edward Lorenz en 1963

Mostró cómo una serie temporal de observaciones podría ser transformada en una representación de la dinámica del sistema en un espacio de estados multidimensional o espacio de fase, y el matemático holandés Floris Takens con David Ruelle (1971) demostró que el atractor reconstruido tiene el mismo Propiedades básicas como el verdadero atractor del estado actual del sistema es una función particular de un estado anterior.

### **Atractores y sus propiedades**

Una propiedad crucial de los sistemas dinámicos deterministas disipativos es que, si observamos el sistema durante un tiempo suficientemente largo (después de que los transitorios iniciales hayan desaparecido), la trayectoria convergerá a un subespacio del espacio de estado total. Este subespacio es un objeto geométrico que se llama el atractor del sistema. Se llama atractor ya que "atrae" trayectorias de todas las condiciones iniciales posibles.

El atractor Lorenz mostrado en la Fig. La Fig. 3 es un ejemplo de un atractor. En un sistema determinista disipativo lineal sólo un tipo de atractor puede existir un punto simple en el espacio de estado o "atractor de puntos". Esto implica que tal sistema convergerá a un estado estacionario después del cual no se producirán cambios adicionales, a menos que el sistema sea perturbado desde el exterior. En contraste, los sistemas disipativos deterministas no lineales pueden mostrar un repertorio de dinámicas mucho más interesante.



Los atractores tienen una forma más compleja de "donut like", y corresponden a dinámicas cuasi periódicas. Este tipo de dinámica es una superposición de diferentes dinámicas periódicas con frecuencias inconmensurables. El atractor caótico o extraño es un objeto muy complejo con una geometría fractal llamada. La dinámica correspondiente a un extraño atractor es caos determinista. El caos determinista es un tipo de dinámica que es por un lado determinista (recuerde que estamos tratando aquí con sistemas disipativos no lineales y deterministas) pero por otra parte aparentemente aleatoria. La dinámica caótica sólo puede predecirse por períodos de tiempo cortos.

Un sistema caótico, aunque su dinámica se limita al atractor, nunca repite el mismo estado. Esta paradoja es posible gracias a la estructura fractal del atractor. Lo que debería haber quedado claro a partir de esta descripción es que los atractores son objetos muy importantes ya que nos dan una imagen o una "imagen" de la dinámica de los sistemas; Cuanto más complejo es el atractor, más compleja es la dinámica correspondiente.

## **CONCLUSIONES**

1. La aplicación de las matemáticas ha sido crucial para interpretar la actividad de las unidades neuronales que resulta en patrones dinámicos que se caracterizan por patrones específicos de activación neuronal y co-activación en relación con los procesos perceptivos y cognitivos y el análisis matemático para calcular los patrones de Funcional en relación con la estructura anatómica de las redes subyacentes.
2. Investigaciones como la S.L. González; Andino. R .; Grave de Peralta, G .; Y otros autores en su investigación: "Medición de la complejidad de las series temporales: una aplicación a las señales neurofisiológicas", describió e ilustró aquí un enfoque para diferenciar la activación del ruido en señales neurofisiológicas de diversos orígenes con supuestos mínimos. Este enfoque utiliza como medida de activación el RE calculado sobre la base de la representación en frecuencia de tiempo de las señales medidas.
3. La aplicación de las matemáticas ha sido decisiva en la interpretación de procesos complejos como los atractores y sus propiedades fundamentales de sistemas dinámicos, como el de Lorenz, donde cálculos específicos utilizados en la convocatoria permiten acceder a procesos sumamente complejos como es Ejemplo la dinámica caótica.

---

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. S.L. Gonzalez Andino, R. (2000). Gravede Peralta Menéndez, G. Thut, L. Spinelli, O. Blanke, C.M. and others. Landis: Measuring the Complexity of Time Series: An Application to Neurophysiological Signals. *Human Brain Mapping* 11:46–57
2. Varela, F. (1995). Lachaux, J.-P.; Rodriguez, E.; Martinerie, J. The brainweb: Phase synchronization and large-scale integration. *Nat Rev Neurosci* 2001, 2, 229–239.
3. Bressler, S.L. Large-scale cortical networks and cognition. *Brain Res Rev.*, 20, 288-304.
4. Srinivasan, R. (1999) Russell, D.P.; Edelman, G.M.; Tononi, G. Increased synchronization of neuromagnetic responses during conscious perception. *Jneurosci* 19, 5435–5448
5. Friston, K.J. (1997). Imaging cognitive anatomy. *Trends Cognit Sci*, 1, 21–27
6. Friston, K.J. (1994). Functional and effective connectivity in neuroimaging: A synthesis. *Human Brain Mapping*, 2, 56–78
7. Olaf Sporns; Giulio Tononi (2001). *Classes of Network Connectivity and Dynamics* Wiley, Periodicals, Inc., Vol. 7, No. 1.
8. Zeki, S. (1978). Functional specialization in the visual cortex of the Rhesus monkey. *Nature*, 274, 423–428.
9. Niebur, E.; Wörgötter, F (1994). Design principles of columnar organization in visual cortex. *Neural Comput*, 6, 602–624
10. Tononi, G.; Sporns, O.; Edelman, G.M. (1994). A measure for brain complexity: Relating functional segregation and integration in the nervous system; *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*. Vol. 91, pp. 5033-5037, May. *Neurobiology*.
11. *Proc Nat Acad Sci USA* (1994), 91, 5033–5037.
12. Tononi, G.; Edelman, G.M.; Sporns, O. (2005). Complexity and coherency: Integrating information in the brain. *Trends Cognitive Sci* 1998, 2, 474–484.
13. Olaf Sporns, Dante R. Chialvo, and others (2004). Organization, development and function of complex brain networks. *TRENDS in Cognitive Sciences* Vol.8 No.9 September.
14. Burns, G.A.P.C. and Young, M.P. (2000) Analysis of the connectional organisation of neural systems associated with the hippocampus in rats. *Philos. Trans. R. Soc. Lond. B Biol. Sci.* 355, 55–70
15. C.J. Stam (2005). Nonlinear dynamical analysis of EEG and MEG: Review of an emerging field. *Clinical Neurophysiology* 116 (2005) 2266–230: [www.elsevier.com/locate/clinph](http://www.elsevier.com/locate/clinph)
16. Lorenz, E. N. (1963). Deterministic nonperiodic flow. *J. Atmos. Sci.* 20 p. 130-141.
17. David Ruelle y Floris Takens (1971). On the nature of turbulence. *Communications of Mathematical Physics* 20: pp. 167-192.