

REVISIÓN

Recibido: 25/09/2021 | Aceptado: 20/02/2022

Los procedimientos de solución de la Matemática y la dirección de su proceso de enseñanza-aprendizaje.

Mathematics solutions procedures and its teaching-learning process's direction.

Walter Jesús Naveira Carreño [walter.naveira@umcc.cu] 

*Máster en Matemática Educativa. Prof. Asistente.
Universidad de Matanzas. Matanzas, Cuba.*

María de los Ángeles Valdivia Sardiñas [valdiviamariadelosangeles85@gmail.com] 

*Doctora en Ciencias Pedagógicas. Prof. Titular.
Universidad de Matanzas. Matanzas, Cuba.*

Resumen

La solución a situaciones complejas y mentalmente exigentes aparece como una necesidad de la actividad práctica humana. En este trabajo se abordan las potencialidades de la enseñanza de la Matemática, particularmente de los procedimientos de solución, para coadyuvar a solucionar esta clase de situaciones. Los procedimientos de solución aportan a la manera en que un estudiante debe ordenar sus acciones para resolver a una tarea matemática. Para este fin se emplearon, fundamentalmente, métodos del nivel teórico que permitieron profundizar en los aspectos esenciales de la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje de los procedimientos de solución de la Matemática. Su aplicación permite constatar la importancia del programa heurístico general como vehículo esencial para la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje de los procedimientos de solución. La consideración de dichos procedimientos de solución como parte del contenido matemático en su dimensión más amplia es uno de los elementos fundamentales a los que tributa la investigación. Esta interrelación permite considerar el entramado de interrelaciones que se establecen entre las funciones de la dirección educacional y los componentes personalizados del proceso de enseñanza-aprendizaje de los procedimientos de solución.



Palabras clave: dirección, procedimientos de solución, matemática, proceso de enseñanza-aprendizaje.

Abstract

The solution to complex and mentally demanding situations appears as a necessity of human practical activity. In this work the potentialities of the teaching of Mathematics are approached, particularly of the solution procedures, to help solve these kinds of situations. The solution procedures contribute to the way in which a student must order her actions to solve a mathematical task. For this purpose, methods of the theoretical level were used, fundamentally, that allowed us to delve into the most essential aspects of the direction of the teaching-learning process of the Mathematics solution procedures. Its application allows to verify the importance of the general heuristic program as an essential vehicle for the direction of the teaching-learning process of the solution procedures. The consideration of these solution procedures as part of the mathematical content in its broadest dimension is one of the fundamental elements to which the research contributes. This interrelation allows to consider the network of interrelations that are established between the functions of the educational direction and the personalized components of the teaching-learning process of the solution procedures.

Keywords: direction, solutions procedures, mathematics, teaching-learning process.

Introducción

A inicios de la década de los ochenta del siglo pasado surgió un concepto didáctico que permitió comprender la enseñanza de la Matemática desde una perspectiva superior: las situaciones típicas de la enseñanza de la Matemática (Zilmer, 1981). Este concepto permitió a los profesores de Matemática, ordenar el contenido de manera transversal, de modo que se establecieran relaciones entre aspectos del contenido de enseñanza a partir de su propia



naturaleza. De esta manera se estructuran los conocimientos matemáticos en diversos grupos que han transformado hasta la actualidad. Los autores (Crespo-Hurtado, 2007; Obando et al., 2014; Rebollar-Morote, 2000; Torres-Fernández, 1994; Yoppiz-Fuentes et al., 2016) han continuado la profundización en este concepto.

Entre los autores citados existe consenso al clasificar los procedimientos de solución como una situación típica de la enseñanza de la Matemática. Los procedimientos de solución como situación típica de la enseñanza de la Matemática tienen su origen en los procedimientos matemáticos. Según Villegas-Jiménez and Valdivia-Sardiñas (s/f) se cuenta con evidencias de procedimientos matemáticos que datan de hace más de tres mil años. Los procedimientos matemáticos son acciones que se ejecutan con el conocimiento matemático con la finalidad de resolver un problema de la ciencia Matemática, de otra ciencia, o de la práctica. Los autores citados refieren la importancia que tiene para el científico matemático dominar estos procedimientos, por esta razón se han incluido como contenido de enseñanza de la Matemática en todos los niveles educativos.

La realización de tareas es uno de los aspectos que caracteriza el proceso de enseñanza-aprendizaje de la asignatura Matemática. En ellas los estudiantes, bajo la dirección del profesor, tienen la posibilidad de fijar determinados aspectos del conocimiento, tales como: conceptos, teoremas, proposiciones, algoritmos, formas de trabajo y pensamiento, valores, entre otros. No obstante, la consecución de acciones que permiten llegar al resultado que demanda la tarea es un aspecto al que se le debe prestar especial atención en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática y su dirección. Para ello, el profesor debe dirigir el proceso de enseñanza-aprendizaje de manera tal que los estudiantes asimilen conscientemente el procedimiento que se emplea para solucionar una tarea.



En este trabajo se abordan los procedimientos de solución como contenido de enseñanza de la Matemática, en función de conceptualizar la dirección de su proceso de enseñanza-aprendizaje a partir de las interrelaciones que tienen lugar entre las funciones de la dirección en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática y sus componentes no personales.

Desarrollo

El vocablo procedimiento está relacionado con un conjunto de acciones que se ejecutan por una persona o institución y que persiguen el logro de un objetivo. Según el diccionario de la Real Academia de la Lengua Española el término *procedimiento* está vinculado con “actividades mediante las cuales se obtiene un resultado” (Española, 2001, p. 93). En este sentido, se reconocen procedimientos jurídicos, médicos, matemáticos, ambientales, lógicos, sociales, entre otros.

A partir de lo anterior se entiende que el aspecto procedimental está estrechamente ligado a la acción concreta de un conjunto de individuos. Se deduce de los planteamientos anteriores que un procedimiento de solución será aquellas actividades dirigidas a la obtención de un resultado demandado por determinadas exigencias que se deben cumplir, bajo ciertas condiciones que puede imponer una situación concreta. En la enseñanza de la Matemática, los sujetos se enfrentan, frecuentemente, a situaciones que demandan la aplicación de un procedimiento de solución, por lo que se hace necesario profundizar en ellos como regularidad del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática.

Los procedimientos de solución de la Matemática aparecen como aquella situación típica de su enseñanza que permite estructurar un sistema de acciones y operaciones para la enseñanza y aprendizaje del resto de las situaciones típicas (Almeida-Carazo, 2012; Campos-Acosta, 2015, 2019).



En el análisis histórico lógico realizado se evidencia la evolución que ha tenido el concepto procedimientos de solución en la enseñanza de la Matemática. Este análisis tiene como punto de partida la obra Jungk (1981), la cual emerge como un sistema de conferencias sobre Metodología de la enseñanza de la Matemática, dirigida a estudiantes que se forman como profesores de la asignatura Matemática para el nivel medio. En ella se caracteriza el concepto “procedimientos de solución”, sin llegar a una definición formal. Algo similar ocurre en Ballester-Pedroso et al. (1992), donde se reformulan importantes preceptos de la didáctica de la Matemática alemana, en función del contexto educativo cubano.

En el texto de Villegas-Jiménez and Valdivia-Sardiñas (s/f), se define el concepto procedimientos de solución de la siguiente forma:

... un modo ordenado y sistemático de reaccionar ante una tarea para llegar a realizarla.

Los procedimientos de solución en la enseñanza de la Matemática son procedimientos matemáticos estructurados con fines didácticos para realizar tareas y se clasifican en dos grandes clases: los algorítmicos y los heurísticos. (p. 8).

Se destaca como un aspecto positivo de esta definición el hecho de concebir a los procedimientos de solución de la Matemática, como procedimientos matemáticos que se estructuran con fines didácticos. Este aspecto dota de científicidad al concepto y a su enseñanza en la práctica pedagógica. Se coincide con los autores en la clasificación de los procedimientos de solución. Por otra parte, los autores critican la no acotación a la idea de que los procedimientos de solución son un modo “ordenado” de reaccionar ante una tarea. Se considera que este orden debe estar en la manera de pensar, es decir, orden en el proceso de búsqueda de aquellas relaciones y dependencias que aparezcan en el ejercicio, de las condiciones que pueden



variarse, así como de las consideraciones de aspectos que figuren en el ejercicio y sean análogos respecto a otros que ya sean conocidos por el estudiante.

Los señalamientos realizados ubican los autores en la necesidad de aportar una definición que se acerque a resolver las insuficiencias declaradas. Por su generalización, los procedimientos de solución pueden existir en cualquier asignatura que demande un conjunto de actividades o pasos para resolver una situación dada, tal es el caso de la Física, la Química, la Informática, entre otras. En el caso de la enseñanza de la Matemática, ellos se caracterizan por el empleo de los recursos de esta ciencia para la resolución de determinada situación. En este sentido aparecen las tareas matemáticas como aquellas situaciones que se encuentran en cualquier campo del conocimiento humano cuya solución depende del uso consciente y racional del contenido matemático.

Lo anterior permite, a los autores, determinar que las acciones que se siguen para resolver una tarea matemática se denominan procedimientos de solución, los cuales se definen como la situación típica de la enseñanza de la Matemática en la que se debe estructurar un sistema de acciones y operaciones modeladas con contenido matemático cuyo objetivo es la resolución de una tarea matemática.

En los procedimientos de solución juega un rol crucial el componente afectivo motivacional que impulsa al estudiante a resolver la tarea planteada. Es por ello que el profesor debe seleccionar adecuadamente las tareas que deben resolver los estudiantes en función del diagnóstico de cada uno. Estas tareas deben ser capaces de movilizar la voluntad de los estudiantes, de manera tal que estén dispuestos a resolverlas. En este sentido, el profesor debe emplear inteligentemente todos los aspectos vinculados con la esfera afectivo-motivacional.



Los procedimientos de solución en la enseñanza de la Matemática exigen el dominio del sistema de conocimientos necesarios para resolver una tarea matemática, por lo que el profesor debe asegurar las condiciones previas en los estudiantes para que puedan acometer su resolución. En este sentido es imprescindible el conocimiento de conceptos y teoremas que fundamenten las acciones que deben seguirse. La ejecución del sistema de acciones y operaciones que componen el procedimiento de solución demanda, por sí mismas, que estén desarrollados hábitos y habilidades en interrelación dialéctica con el sistema de conocimientos en cuestión. La autorregulación resalta como un componente esencial para la ejecución del procedimiento de solución, de manera que el estudiante debe trabajar con racionalidad en el proceso de resolución de la tarea matemática.

Resulta imposible caracterizar los procedimientos de solución sin considerar los métodos y experiencias de la actividad creadora. En el caso de la enseñanza de la Matemática, este sistema de la categoría contenido aparece indisolublemente ligado a las formas de trabajo y de pensamiento de la ciencia matemática, por lo que orientan el proceso de búsqueda y transformaciones que debe acometerse para el logro del objetivo trazado en la tarea matemática. De este modo se influye en el estudiante sobre la formación de valores, actitudes, puntos de vista, concepción del mundo, entre otros, que le permiten el uso de la matemática para comprender fenómenos y procesos de la realidad circundante, lo cual refuerza los aspectos motivacionales que fueron abordados. Por otra parte, se adquiere un método de proceder ante tareas nuevas, lo cual debe extrapolarse a otras esferas de la vida del estudiante.

Los procedimientos de solución tienen un componente implícito que siempre está presente: la vía de solución. El conocimiento de la vía tiene una relevancia tal en el estudio de los procedimientos de solución que permite agruparlos en clases: los heurísticos y los



algorítmicos. La descripción en profundidad de los procedimientos de solución es sumamente compleja si no se tienen en cuenta las particularidades de ambos grupos. En esta investigación se ofrecen consideraciones para la dirección de su proceso de enseñanza-aprendizaje, de manera que se profundiza en los procedimientos heurísticos que permiten desarrollar este proceso.

Los autores (Bastida-Lugones & Mora-Quintana, 2017; Gamboa Graus et al., 2019; García-Garnica & Martínez-Garrido, 2019), coinciden en que la planificación, la orientación, la realización o ejecución y el control son las funciones de la dirección educacional. El reflejo de estas funciones en la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática tiene lugar a partir del programa heurístico general, el cual es aplicable a la dirección de ambas clases de procedimientos, así como al tratamiento de otras situaciones típicas de la enseñanza de la Matemática.

El Programa Heurístico General "... constituye, para el profesor, un instrumento universal de dirección y, para el alumno, una base de orientación" (Ballester et al., 1992, p. 239). Este se estructura en correspondencia con las acciones que se llevan a cabo para la ejecución de una actividad según la teoría de la formación por etapas de las acciones mentales de Galperin, como se muestra en la tabla siguiente, al colocar su forma más general:

Tabla 1. Programa Heurístico General.

Fases fundamentales	Tareas principales
1. Orientación hacia el problema	- Comprensión del problema
1. Trabajo en el problema	- Búsqueda de la idea de solución <ul style="list-style-type: none">• Reflexión sobre los medios• Reflexión sobre la vía
3. Solución del problema	- Ejecución del plan de solución
4. Evaluación de la solución y de la vía	- Comprobación de la solución - Reflexión sobre los métodos aplicados

Fuente: (Ballester et al., 1992)



Este programa heurístico general constituye una excelente vía para la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje de diversas situaciones que se consideran como problemas. La afirmación anterior se sustenta en el hecho de que este, que tiene sus orígenes en Polya y en la Matemática alemana, desde el punto de vista cognitivo organiza la actividad del alumno en una etapa para orientación, dos etapas para la ejecución, una externa y otra interna y una etapa para el control (de Jesús, 2019).

En la aplicación de este programa se incluyen otros recursos heurísticos como son los principios, las reglas y las estrategias heurísticas. En particular, las reglas heurísticas, las cuales “... tienen carácter de impulsos dentro del proceso de búsqueda de nuevos conocimientos y la resolución de problemas” (Andrés Romano, 2019; Fernández Suárez et al., 2019). Las reglas se diferencian de los principios por su alcance, esto es: las reglas no indican de forma instantánea la solución o la vía, sino que sugieren acciones o recomendaciones.

Para el trabajo con las reglas heurísticas, el profesor debe dominar la técnica de preguntar. Para ello no solo se requiere experiencia, sino conocimientos de elementos de carácter lingüístico, lógico y psicológico que permitan la estructuración de preguntas precisas en función del objetivo que se pretende lograr. Las preguntas que el profesor utilice deben estimular el pensamiento de los estudiantes, a encontrar en su estructura cognitiva, aquel contenido que le es significativo para lo que necesita resolver, y despertar el interés para manifestar sus propias ideas, opiniones o dudas, que pueden ser reflejadas también a través de preguntas (Klingberg, 1972; Torres-Fernández, 2000; Valdivia-Sardiñas, 2009).

Al respecto, se considera que las preguntas de los estudiantes, relativas al contenido de enseñanza, demuestran que este sigue la lógica del contenido desde su pensamiento. De ahí que la pregunta que esboza sea la manifestación externa de los procesos mentales que tienen lugar en



su interior. Ello demuestra una posición activa y reflexiva por su parte, lo que constituye un criterio de control para la actividad de dirección desplegada por el profesor.

Para el desarrollo del método heurístico se reconocen por parte de Klingberg (1972), los impulsos como uno de los medios que emplea el profesor. Este mismo autor establece tres clases de impulsos a los que denomina: impulsos lingüísticos, impulsos concretos e impulsos mímicos o gesticulares. De esta manera, se reconocen las preguntas como impulsos, aunque se aclara que no todos los impulsos tienen carácter de pregunta. A partir de esta clasificación, los impulsos pueden ser reglas heurísticas, frases de exhortación para no abandonar la tarea, señalamientos que inciten a encontrar la causa del error cometido, gestos con la cabeza, las manos, y hasta el silencio que posibilite la reflexión de cada cual en su actividad (Valdivia-Sardiñas, 2009).

El impulso está estrechamente relacionado con el nivel de ayuda que necesita un estudiante para pasar de su zona de desarrollo actual a la zona de desarrollo potencial. Mientras más impulsos precisa un estudiante para realizar la tarea, menos estrecha será su zona de desarrollo próximo, por lo que resulta imprescindible para su elaboración, la aplicación del principio de las exigencias decrecientes, de manera que la ayuda sea oportuna y la que verdaderamente necesite el estudiante.

La interrelación de los procedimientos de solución con el resto de los contenidos que se imparten es un aspecto de esencial consideración. Ello posibilita la apropiación consciente del contenido por parte de los estudiantes, en tanto son partícipes de su aprendizaje. En esta dirección los procedimientos heurísticos tienen un alto valor debido al uso que se puede hacer de ellos para dirigir el proceso de enseñanza-aprendizaje de cualquiera de las situaciones típicas de la enseñanza de la Matemática.



Conclusiones

1. Los procedimientos de solución constituyen una situación típica de la enseñanza de la Matemática que tiene la finalidad de preparar a los estudiantes en la solución de tareas. Estos procedimientos forman parte del contenido de enseñanza de la asignatura Matemática en todos los niveles educativos, por lo que el profesor debe estar preparado para dirigir su proceso de enseñanza-aprendizaje.
2. En el contexto de la enseñanza de la Matemática, el proceso de dirección está matizado por las propias características de esta asignatura, por lo que el programa heurístico general actúa como instrumento de dirección que le permite al profesor estructurar las acciones de los estudiantes para solucionar una tarea. En este programa se integran diversos recursos heurísticos entre los que se encuentran las reglas heurísticas. Ellas actúan como impulsos dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje y posibilitan, a través del diálogo, la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje de los procedimientos de solución.

Referencias bibliográficas

- Almeida-Carazo, B. A. (2012). El trabajo con problemas: vía para propiciar la autorregulación en el aprendizaje de la matemática. *El Evaluador Educativo*, 3(III), 1-19.
- Andrés Romano, C. (2019). Estudio experimental de reglas heurísticas en secuenciación. <https://polimedia.upv.es/visor/?id=3ae53160-7c69-11e9-9247-69acaf40163c>
- Ballester-Pedroso, S., Santana, H., Hernández, S., Cruz, I., Arango, C., García, M., Álvarez, A., Rodríguez, M., Batista, L. C., Villegas, E., Almeida, B., & Torres, P.



(1992). *Metodología de la Enseñanza de la Matemática* (Vol. 1). La Habana: Pueblo y Educación.

Bastida-Lugones, L., & Mora-Quintana, E. (2017). La dirección educacional y la dirección en la escuela: sus especificidades. *Revista Universidad y Sociedad*, 9(3), 34-38. http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2218-36202017000300005

Campos-Acosta, I. (2015). El empleo de los procedimientos heurísticos en la resolución de ejercicios geométricos. *Memorias de la XVII edición de MATECOMPU. Universidad de Matanzas. Cuba., 1.* http://cict.umcc.cu/repositorio/directorio_eventos/MATECOMPU%202015/co/matecompu_web.html

Campos-Acosta, I. (2019). El empleo de los procedimientos heurísticos en la resolución de ejercicios geométricos. *Revista Boletín Redipe*, 8(5), 185-193. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=7528266>

Crespo-Hurtado, E. (2007). *Modelo didáctico sustentado en la heurística para el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática asistida por computadora* [Tesis en opción al grado científico de doctor en ciencias pedagógicas, Universidad de Ciencias Pedagógicas "Félix Varela Morales"]. <http://dspace.uclv.edu.cu:8089/handle/123456789/7465>

de Jesus João, F. (2019). Alternativa didáctica para el proceso de enseñanza-aprendizaje de la disciplina Pesquisa operacional. *Revista Órbita Pedagógica*, 6(3), 14-28. <https://core.ac.uk/download/pdf/268044272.pdf>



- Española, R. A. (2001). Diccionario de la lengua española (22 ed). In *Diccionario de la lengua española (22 ed)*. <http://www.rae.es/rae.html>
- Fernández-Suárez, B., León-Capote, M., & Otero-Díaz, D. (2019). Alternativa didáctica para la motivación de los estudiantes de la carrera Licenciatura en Educación Matemática. *Conrado*, 15(68), 56-63. http://scielo.sld.cu/scielo.php?pid=S1990-86442019000300056&script=sci_arttext&tlng=en
- Gamboa Graus, M. E., Castillo Rojas, Y., & Parra Rodríguez, J. F. (2019). Caracterización de la competencia de dirección en educación para el ejercicio pedagógico en el escenario educativo tunero. *Dilemas Contemporáneos: Educación, Política y Valores*, 3. <https://www.dilemascontemporaneoseduccionpoliticayvalores.com/index.php/dilemas/article/view/1811>
- García-Garnica, M., & Martínez-Garrido, C. (2019). Dirección escolar y liderazgo en el ámbito iberoamericano. *Revista de Currículum y Formación del Profesorado*, 23(2), 1-11. <https://revistaseug.ugr.es/index.php/profesorado/article/view/9690>
- Jungk, W. (1981). *Conferencias sobre metodología de la enseñanza de la Matemática* (Vol. 2). La Habana: Pueblo y Educación.
- Klingberg, L. (1972). *Introducción a la Didáctica General*. Editorial Pueblo y Educación.
- Obando, G., Vasco, C. E., & Arboleda, L. C. (2014). Enseñanza y aprendizaje de la razón, la proporción y la proporcionalidad: un estado del arte. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 17(1), 59-81. <https://doi.org/10.12802/relime.13.1713>
- Rebollar-Morote, A. (2000). *Una variante para la estructuración del proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática, a partir de una nueva forma de*



- organizar el contenido, en la escuela media cubana* [Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas, ISP Frank País García]. Santiago de Cuba. <https://www.eumed.net/tesis-doctorales/2010/arm/arm.zip>
- Torres-Fernández, P. (1994). La didáctica de los matemáticos en la escuela cubana actual: origen y fundamento, estructura, proyecciones. *Educación Matemática*, 6(03), 82-89. <http://funes.uniandes.edu.co/9732/>
- Torres-Fernández, P. (2000). La Instrucción Heurística de la Matemática Escolar. La Habana. ISP "E. J. Varona".
- Valdivia-Sardiñas, M. (2009). *Una estrategia didáctica para la dirección del aprendizaje de los procedimientos heurísticos en la asignatura Matemática y su metodología I de la Licenciatura en Educación en el Área de Ciencias Exactas* [Tesis presentada en opción del grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas, Universidad de Ciencias Pedagógicas "Juan Marinello Vidaurreta"]. Matanzas.
- Villegas-Jiménez, E., & Valdivia-Sardiñas, M. (s/f). Los procedimientos de solución en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática. In S. Ballester (Ed.), *Didáctica de la Matemática II*. Editorial Felix Varela.
- Yoppiz-Fuentes, Y., Cruz-González, A., Gamboa-Graus, M., & Osorio-Rodríguez, G. (2016). Alternativa didáctica para contribuir al perfeccionamiento de la planificación del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática en la carrera Licenciatura en Educación Matemática-Física. *Revista Boletín Redipe*, 5(5), 147-164. <http://revista.redipe.org/index.php/1/article/view/69>
- Zilmer, W. (1981). *Complementos de Metodología de la Enseñanza de la Matemática*. La Habana: Pueblo y Educación.

