

**MONOGRAFÍA**

Recibido: 28/01/2021 | Aceptado: 11/10/2021

**Algunos recursos heurísticos en la evaluación del contenido de Lógica en la formación de profesores de Matemática.**

**Some heuristic resources in the evaluation of Logic content in the training of mathematics teachers.**

Ninfa Socarrás Rodríguez [[nsocarras@udg.co.cu](mailto:nsocarras@udg.co.cu)]

*Doctor en Ciencias Pedagógicas. Prof. Titular.*

*Universidad de Granma. Bayamo, Cuba.*

Iraida Miniet Jiménez [[iminietj@udg.co.cu](mailto:iminietj@udg.co.cu)]

*Master en Ciencias Pedagógicas. Prof. Auxiliar.*

*Universidad de Granma. Bayamo, Cuba.*

Silvia Frómeta García [[sfrometag@udg.co.cu](mailto:sfrometag@udg.co.cu)]

*Master en Ciencias Pedagógicas. Prof. Auxiliar.*

*Universidad de Granma. Bayamo, Cuba.*

**Resumen**

En la formación de profesores de Matemática, la Didáctica de la Matemática constituye la disciplina del ejercicio de la profesión, que estudia los recursos heurísticos como un contenido determinante en el tratamiento metodológico. Lograr que otras disciplinas utilicen estos recursos propicia una mayor apropiación y asimilación del conocimiento matemático, por tanto, extenderlos hasta el proceso de evaluación del aprendizaje, complementa la dirección del proceso de enseñanza aprendizaje, objetivo fundamental de este trabajo. Se muestran algunos recursos heurísticos a utilizar en la evaluación del contenido de lógica que se estudia en la disciplina Fundamentos Básicos de la Matemática, recibida por los estudiantes de 1er año de la carrera licenciatura en Educación. Matemática.

**Palabras claves:** recursos heurísticos; evaluación; lógica.



## Abstract

In the training of Mathematics teachers, the Didactics of Mathematics constitutes the discipline of the exercise of the profession, which studies heuristic resources as a determining content in the methodological treatment. Getting other disciplines to use these resources favor a greater appropriation and assimilation of mathematical knowledge, therefore, extending them to the learning evaluation process complements the direction of the teaching-learning process, the fundamental objective of this work. It shows some heuristic resources to be used in the evaluation of the logic content that is studied in the discipline Basic Foundations of Mathematics, received by first year students of the Bachelor of education career. Math.

**Keywords:** heuristic resources; evaluation; logic.

## Introducción

El término “heurística” o “eurística” proviene del griego y significa hallar, descubrir, inventar. En la Didáctica de la Matemática son varios los especialistas que asumen la aplicación del método heurístico por su contribución al trabajo investigativo del estudiante y a la adopción de una postura cognoscitiva.

La Instrucción Heurística presupone el conocimiento y empleo consciente de tres tipos fundamentales de recursos heurísticos: medios heurísticos auxiliares, procedimientos heurísticos y el Programa Heurístico General.

Según Torres P, uno de los especialistas cubanos que ha investigado acerca de la heurística, el método heurístico “es aquel mediante el cual la actividad del profesor consiste en conducir al alumno a hallar por sí mismo el conocimiento que se desea adquirir. El papel del maestro en este método es estimular al alumno al pensamiento reflexivo, guiarlo para que indague e investigue, para que llegue a conclusiones”. (Torres, P, 1986).



Los trabajos de G. Polya, W. Jungk, W. Zillmer, y H. Müller y de los cubanos (Ballester, 1995), (Almeida, 1999), (Torres, 1993, 1996, 2001), (González, 1998, 2000, 2002, 2006) no pueden faltar en el estudio de aquellos que incursionen en este tema.

Los medios heurísticos auxiliares constituyen recursos materializados de búsqueda que contribuyen a precisar los datos y las incógnitas del problema planteado. Son ejemplos de medios heurísticos: los esbozos y figuras de análisis, las tablas que destacan relaciones entre datos del problema, los compendios o resúmenes y programas informáticos o software.

Una clasificación de procedimientos heurísticos la ofrecen (Jungk, W, 1981) y (Zillmer, W, 1981), al diferenciar: principios, reglas, y estrategias heurísticas. Igualmente se distinguen en procedimientos heurísticos generales y especiales. Como principios heurísticos generales se reconocen los de analogía, reducción e inducción, que se caracterizan por ser recursos de búsqueda de la idea principal de solución de un problema en su concepción más amplia.

Otro recurso heurístico es el Programa Heurístico General, considerado como la secuencia de acciones delimitada por las etapas principales del proceso general de resolución de un problema que reproduce la lógica misma de ese proceso.

Es prudente aclarar que este contenido se imparte en la disciplina Didáctica de la Matemática, sin embargo su importancia y aplicación tanto en el tratamiento del contenido como su evaluación pueden ser extendidos a otras disciplinas en la formación de profesores de Matemática, de ahí la esencia de este artículo, aplicar esos conocimientos en la evaluación del contenido del tema de Lógica del programa de Fundamentos Básicos de la Matemática.

## **Desarrollo**

En la asignatura Fundamentos Básicos de la Matemática (FBM) no se propone desarrollar explícitamente los contenidos de la enseñanza media y media superior, razón que obedece a que



se ha demostrado que los estudiantes que ingresan, después de realizar la prueba de ingreso, obtienen resultados satisfactorios. La asignatura FBM contribuye a unificar el tratamiento de contenidos que constituyen fundamentos comunes de varias asignaturas específicas de la carrera y a eliminar repeticiones que se producían en planes anteriores.

En ella se abordarán los contenidos de lógica, conjuntos, relaciones y funciones; los restantes contenidos de la antigua asignatura serán tratados en las específicas correspondientes.

Igualmente posee amplias potencialidades para el trabajo con las tecnologías de la información y las comunicaciones, en especial, con los software educativos y asistentes matemáticos como el Derive, el Geómetra, el GeoGebra, u otros, no solo con el fin de elaborar conceptos, proposiciones y procedimientos, sino también para ofrecer modelos de actuación con relación a su utilización en el tratamiento de los diferentes contenidos en la educación media.

Por lo antes expuesto, la asignatura FBM, debe anteceder a las demás asignaturas específicas.

La asignatura ha de contribuir a la formación integral de los futuros profesores, al mostrar cómo la matemática favorece el desarrollo de valores y actitudes acordes a los principios de la Revolución, posibilita comprender y transformar el mundo y propicia la formación de una concepción científica de éste.

Como propósito de la asignatura se tiene que los estudiantes sean capaces de fundamentar a partir de la lógica, la teoría de conjuntos, las relaciones y las funciones, los contenidos matemáticos de la escuela y los que se abordan en la carrera, empleando con rigor los símbolos lógicos y el lenguaje matemático en el tratamiento de los conceptos, teoremas, demostraciones, procedimientos y en la formulación y resolución de problemas matemáticos.



El componente evaluación del programa refiere que éstas se realizarán de forma sistemáticas a través de preguntas orales y escritas, la revisión de tareas dejadas para el estudio independiente que evalúen objetivos a alcanzar a corto y mediano plazo, la exposición y defensa de trabajos en equipo, la observación del trabajo de los estudiantes a través de las distintas formas de organización del proceso.

El tema de lógica declara como contenido de estudio: Introducción a la lógica formal y a la lógica matemática. Su objeto de estudio. Conceptos y procedimientos lógicos asociados. Proposiciones y procedimientos lógicos asociados. Condiciones necesarias y suficientes. Valor de verdad. Operaciones lógicas. Estructura de las proposiciones. Recíproco. Contrarrecíproco. Métodos de demostración. Cuantificadores.

A continuación se refieren los recursos heurísticos más utilizados para las situaciones típicas estudiadas en la enseñanza de la Matemática que se utilizarán en las evaluaciones de acuerdo al contenido estudiado.

- Tratamiento metodológico de los conceptos matemáticos y sus definiciones.

En el trabajo con los conceptos matemáticos, la evaluación del contenido específico matemático debe dirigirse especialmente al reconocimiento de las características esenciales, la identificación del concepto y la aplicación en la resolución de ejercicios y problemas. Desde el punto de vista didáctico, la evaluación debe centrarse en la determinación de la vía lógica para la formación del concepto y la estructuración metodológica del concepto a partir de las fases o procesos parciales.

Así se utilizarán reglas heurísticas como sustituir el concepto por su definición, determinar características comunes y no comunes, precisar características esenciales y analizar casos particulares y especiales.



En relación con los objetivos correspondientes al tratamiento de conceptos matemáticos, las principales dificultades que presentan los estudiantes están en el reconocimiento de las características esenciales del concepto, en la determinación de la vía lógica y sus pasos para la formación del concepto, en la selección de ejercicios para cumplir la etapa de fijación y principalmente en la secuencia lógica, ordenada, de preguntas e impulsos según los principios y reglas heurísticas determinadas.

Para esta situación típica en la evaluación sistemática se llegará hasta la identificación del concepto, es decir, la identificación de las características esenciales que hacen que el objeto o fenómeno pertenezca a ese concepto y no a otro. En la evaluación parcial y final se propondrán ejercicios de realización y de aplicación.

Teniendo en cuenta lo anterior, en la evaluación del contenido correspondiente a esta situación típica es posible utilizar los recursos heurísticos siguientes, que pueden constituir niveles de ayuda, ante dificultades que presenten los estudiantes:

1. Busca algún representante del concepto (una figura, un número, relación entre los elementos)
2. Compara características de un representante del concepto con un representante de otro concepto (subordinado o de mayor grado de generalidad)
3. Busca las características esenciales del concepto
4. ¿Cuántas vías has estudiado para la obtención del conocimiento? ¿Cómo se denominan? ¿En qué consiste cada una?
5. En el caso que no puedan responder ante la última pregunta, se puede ofrecer una ayuda de menor nivel: Si se parte de un caso particular para llegar a lo general, ¿cómo se llama esa vía? ¿Y si se analiza lo general para llegar a lo particular?



6. ¿Cuáles son las fases para el tratamiento metodológico de un concepto matemático?
7. ¿En qué consiste cada fase o etapa?
  - Tratamiento metodológico de los teoremas matemáticos y sus demostraciones.

En la situación típica teoremas y sus demostraciones, las dificultades más comunes que presentan los estudiantes están en el dominio del contenido matemático, en la aplicación de reglas de inferencia, métodos de demostración, así como la utilización de principios y reglas heurísticas en la estructuración metodológica, principalmente en la etapa de búsqueda de la idea demostración.

Referido a esta situación típica generalmente no se evalúan de forma directa ni la obtención de la proposición ni su demostración, más bien predomina la aplicación del teorema en la solución de ejercicios y problemas. Se propone que se incluyan los ejercicios geométricos de demostración y considerarlos como un teorema del que ya se conoce la proposición, es decir, no se trabaja en la etapa de obtención de la proposición.

Según lo anterior, en los tres tipos de evaluación, se trabajarán con ejercicios formales, con texto y/o con textos relacionados con la práctica, en correspondencia con el contenido matemático específico al que se refiera el teorema.

En la evaluación se pueden utilizar los siguientes recursos heurísticos:

1. ¿Qué se da? ¿Qué se pide? (separar lo dado de lo buscado)
2. ¿Cuál es la hipótesis? ¿Cuál es la tesis?
3. Compara lo que se da con lo que se pide
4. ¿Qué estructura tiene el teorema?
5. ¿Qué conceptos se pueden aplicar en la búsqueda de la idea de la demostración?  
(sustituye el concepto por su definición)



6. ¿Qué propiedades, reglas, conoces que están relacionadas con lo que se pide demostrar?
7. Confecciona una figura de análisis
8. Analiza la necesidad de trazar líneas auxiliares
9. Recuerda teoremas del dominio matemático correspondiente
10. Determina el contenido matemático correspondiente
11. Busca teoremas con hipótesis o tesis iguales
12. Observa primero un caso particular
13. Formula el teorema de otra forma
14. Transforma la tesis en una expresión equivalente
15. ¿Cuáles son los métodos de demostración que conoces? ¿Cuáles son sus características principales?
16. ¿Cuáles son los procesos parciales para la estructuración metodológica de un teorema?
17. ¿Cómo se representan los pasos de la demostración con su fundamentación?
  - Tratamiento metodológico de la sucesión de indicaciones con carácter algorítmico.

Para la sucesión de indicaciones con carácter algorítmico, las construcciones geométricas y los ejercicios y problemas, las evaluaciones sistemática, parcial y final, dependerán del contenido específico al que responden y en consecuencia será el grado de dificultad.

En la evaluación se pueden utilizar los siguientes recursos heurísticos:

1. ¿Qué conceptos intervienen en el procedimiento? (sustituye el concepto por su definición)
2. Identifica los elementos, números, operaciones que intervienen en el procedimiento





3. Analiza primero con un caso particular y luego observa si se puede generalizar
  4. Analiza si es necesario hacer una diferenciación de casos
  5. ¿Cuáles son los pasos para la estructuración metodológica de una SICA?
  6. ¿En qué tipo de ejercicios puedes aplicar la SICA para su solución?
  7. Analiza qué acciones de identificación y/o de transformación es necesario realizar para alcanzar el objetivo deseado
- Tratamiento metodológico de las construcciones geométricas.

En la evaluación se pueden utilizar los siguientes recursos heurísticos:

1. Lee detenidamente el enunciado del ejercicio
  2. Separa lo dado de lo buscado
  3. Confecciona una figura de análisis
  4. Analiza cómo se procedió en casos similares
  5. Analiza si puedes trazar una línea auxiliar
  6. ¿Cuáles son los métodos para la realización de las construcciones geométricas?
  7. ¿Cuáles son los pasos para la estructuración metodológica de una construcción geométrica?
  8. Utiliza las fases del Programa Heurístico General en el tratamiento una construcción geométrica
- Tratamiento metodológico de ejercicios de aplicación y con textos.

En la evaluación se pueden utilizar los siguientes recursos heurísticos:

1. Lee detenidamente el problema
2. Separa lo dado de lo buscado
3. Representa las magnitudes con variables (dadas y buscadas)



4. Analiza si existe una fórmula o una ecuación
5. Reformula el problema si es necesario
6. Confecciona una figura de análisis
7. Determina las palabras claves y su significado
8. Utiliza números más simples en lugar de los dados
9. ¿Cuáles son los pasos para la estructuración metodológica de ejercicios y problemas?
10. Utiliza las fases del Programa Heurístico General en el tratamiento del problema.

Una vez seleccionados los recursos heurísticos para cada situación típica es necesario precisar que para la evaluación sistemática deben seleccionarse ejercicios formales que respondan generalmente a objetivos referidos al nivel de asimilación reproductivo y en algunos casos, si el contenido lo requiere, pueden proponerse ejercicios del nivel productivo.

En relación con la evaluación parcial y final, se propondrán ejercicios con un mayor grado de dificultad, que respondan al nivel de asimilación productivo o de aplicación, pudiendo llegar hasta el nivel creativo.

En cualquier caso se tendrá en cuenta el nivel alcanzado por los estudiantes, reflejado en el diagnóstico individual y grupal. Ello hará que la evaluación tenga un carácter más objetivo en correspondencia con la atención a las diferencias individuales.

En la determinación de los recursos heurísticos para cada una de las situaciones típicas es de gran importancia la formulación de preguntas, ya que deben estar dirigidas a estimular la actividad mental de los estudiantes; el profesor debe conocer el proceso de estructuración de preguntas para guiar el pensamiento de los estudiantes de forma hábil y significativa, pues el empleo inadecuado de una pregunta puede frustrar cualquier instrumento evaluativo, lo que aleja de la realidad el control del cumplimiento de los objetivos propuestos.



Se muestran dos ejemplos de instrumentos evaluativos en los que se usan recursos heurísticos que les permitan a los estudiantes encontrar la vía de solución del ejercicio.

1. Dadas las siguientes expresiones:

a)  $(x - y)^2 = x^2 - 2x + y^2; x, y \in \mathfrak{R}$  (forma proposicional interpretable de validez general)

b)  $\sqrt{25} - 2^2 = 6^0$

c) En todo triángulo la suma de las amplitudes de los ángulos interiores es  $180^0$ .

d)  $x^2 + 3 = 7$  para  $x \in \mathbb{N}$  (FP interpretable sin validez general---- neutralidad)

e)  $x^3 + 4 \leq 10$  para  $x > 3$

1.1. Clasifícalas en proposiciones o formas proposicionales. Justifique

1.2. Diga el valor de verdad de las proposiciones.

1.3. Convierta las formas proposicionales en proposiciones verdaderas utilizando el método de cuantificación.

1.4. Clasifique las formas proposicionales y diga si son identidad, neutralidad o contradicción.

Posibles respuestas:

1.1.a) Forma proposicional.

b) Proposición verdadera.

c) Proposición verdadera.

d) Forma proposicional

e) Proposición falsa

1.2.  $\forall x, y; x, y \in \mathfrak{R} \wedge (x - y)^2 = x^2 - 2xy \div y^2$

$$\exists x; x \in \mathfrak{R} \wedge x^2 \div 3 = 7$$



Impulsos:

Recordar el dominio matemático correspondiente: definición de proposición y formas proposicionales. RH: Sustituir conceptos por sus definiciones

Tener presente los cuantificadores: “Para todo” y “Existe” RH: Denotar símbolos.

3. Expresa la siguiente proposición en forma implicativa y halle su recíproco.

Proposición: “ En todo cuadrilátero la suma de sus ángulos interiores es  $360^0$ ”.

Consideremos un cuadrilátero cualquiera.

Forma implicativa: Si ABCD es un cuadrilátero y  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\delta$  y  $\Omega$  sus ángulos interiores, entonces  $\alpha + \beta + \delta + \Omega = 360^0$

Recíproco: Si  $\alpha + \beta + \delta + \Omega = 360^0$ , entonces  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\delta$  y  $\Omega$  son ángulos interiores del cuadrilátero ABCD.

Demostración directa:

Proposición: En todo paralelogramo las diagonales se bisecan mutuamente.

Transformamos la proposición en otra proposición que constituya una implicación:

Para cuadriláteros se cumple: Si un cuadrilátero es un paralelogramo, entonces sus diagonales se bisecan mutuamente.

Premisa (v): Está dado un pralelogramo cualquiera ABCD. El pto de intersección de AC y CD es M.

Impulsos

Recordar el dominio matemático correspondiente: Tipos de demostración

Recuerda teoremas del dominio matemático correspondiente

Como se puede apreciar en los ejemplos propuestos se han dado impulsos a ejercicios que responden a situaciones típicas en la enseñanza de la Matemática, lo que favorece al aprendizaje



de los estudiantes en la asimilación y fijación del contenido al determinar el verdadero aprendizaje con un carácter más objetivo y diferenciador.

Por ende, los resultados obtenidos en las evaluaciones aplicadas en la asignatura en sus distintas tipologías han permitido reconocer el aporte ofrecido con la utilización de los recursos heurísticos como niveles de ayuda en la evaluación de un contenido, pues estos resultados fueron satisfactorios en los estudiantes de primer año donde se aplicó la propuesta realizada, los que han sentido motivación en cuanto al tema tratado alcanzando aprendizajes más sólidos y dando cumplimiento al objetivo de este trabajo.

Es prudente destacar que los docentes al utilizar la propuesta realizada con los estudiantes les permite en el análisis del resultado determinar las potencialidades y limitaciones de los mismos, lo que implica la posibilidad de profundizar en los avances y errores que se presentan en la solución del ejercicio; se debe lograr además en el intercambio, que los estudiantes interioricen hasta dónde han podido llegar solos y hasta dónde con ayuda.

Además, es importante en este análisis resaltar las mejores respuestas como parte del estímulo y el tratamiento a los que hayan logrado avances y profundizar así en las tipología de evaluación: la coevaluación y la heteroevaluación.

### **Conclusiones**

La utilización de recursos heurísticos en la evaluación del contenido de lógica en la carrera de Matemática ha propiciado dos aspectos importantes:

1. Que los profesores logren determinar el verdadero aprendizaje de sus estudiantes a partir de una evaluación más diferenciadora y objetiva, tomando en consideración el carácter diferenciador en el que se sustenta el proceso de enseñanza-aprendizaje



2. Tiene un carácter dinámico y flexible, por lo que puede contribuir al perfeccionamiento del proceso de evaluación del aprendizaje del programa de Fundamentos Básicos de la Matemática y otros programas en la formación de profesores de Matemática.

### Referencias Bibliográficas

- Albarrán, J. (2004). *Las habilidades pedagógicas–profesionales para la instrucción heurística de la Matemática. La Habana*. Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas. ISP “E. J. Varona”.
- Almeida, B. (2000). Las estrategias heurísticas. Material digitalizado.
- Ballester, S. y otros (1992). Metodología de la Enseñanza de la Matemática. Tomo 1. Ciudad de La Habana: Pueblo y Educación
- Castro Pimienta, O. (1992). La evaluación pedagógica. Centro de estudio de la Pedagogía técnica y profesional. La Habana: Pueblo y Educación.
- Castro Pimienta, O. (1996). *La evaluación en la escuela actual. ¿Reduccionismo o desarrollo?* Libro presentado en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas. ISP “Enrique José Varona” La Habana, Cuba: Editorial Pueblo y Educación.
- Castro, N. (1998). *Una propuesta de Instrucción Heurística mediante la disciplina geometría*. Holguín. Tesis en opción al título de Master en Didáctica de la Matemática. ISP “José de la Luz y Caballero”. Cuba
- González, R. (2000). El empleo de las preguntas e impulsos en la clase de Matemática. ISP “Blas Roca Calderío”. Granma. Cuba
- Guétmanova, A. (1986). Lógica. Moscú: Editorial Progreso



Jungk, W. (1979). Conferencias sobre Metodología de la Enseñanza de la Matemática 1.

La Habana: Pueblo y Educación.

Müller, H. (1986). Formas del trabajo heurístico en la enseñanza de la Matemática, en

Boletín de la Sociedad Cubana de Matemática y Computación No. 6.

Müller, H. (1989). El trabajo heurístico y la ejercitación en la enseñanza de la Matemática  
en la EGPL. ISP "Frank País", impresión ligera. Santiago de Cuba.

Polya, G. (1986). ¿Cómo plantear y resolver problemas? Ciudad México: Trillas

Torres Fernández, P. (1986). Papel y exigencias metodológicas de los recursos heurísticos  
en la enseñanza de la Matemática. La Habana. Cuba

Torres Fernández, P. (1986). El método heurístico en la enseñanza de la Matemática del  
nivel medio general. ISP "Enrique José Varona". La Habana. Cuba

Zillmer, W. (1981). Complementos de Metodología de la Enseñanza de la Matemática.

La Habana: .Pueblo y Educación.

