

ORIGINAL

Recibido: 15/04/2021 | Aceptado: 03/09/2021

La aplicación del GeoGebra en el plan de estudio E de la carrera de Licenciatura en Educación Matemática.

The Application of GeoGebra in the Study plan E of the Degree in the career Mathematics Education.

Mario Rafael Estrada Doallo [mestradad@uho.edu.cu] 
Master en Ciencias Pedagógicas. Prof. Auxiliar.
Universidad de Holguín. Holguín, Cuba.

Carlos Rodríguez Escobar [crescobar@uho.edu.cu] 
Master en Ciencias Pedagógicas. Prof. Asistente.
Universidad de Holguín. Holguín, Cuba.

Ermes Cala Lobaina [ermescl@uho.edu.cu] 
Master en Ciencias Pedagógicas. Prof. Asistente.
Universidad de Holguín. Holguín, Cuba.

Resumen

Se conoce que a nivel internacional, el uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) en la docencia tiene ya una historia de más de 30 años. Sin embargo, el uso sistemático de tales herramientas en el sistema educacional cubano ha sido mucho más reciente, y aún más recientes los estudios y evaluaciones que dan cuenta de los resultados de dicha incorporación. Uno de los programas de matemática dinámica más consultados y utilizados en la enseñanza-aprendizaje de la matemática es el programa GeoGebra, que mezcla la funcionalidad de un procesador geométrico y algebraico, muy fácil de usar y que resulta ser una poderosa herramienta. Es un software que reúne geometría, álgebra, estadística y cálculo. El trabajo recoge algunos de los resultados obtenidos en el proceso investigativo llevado a cabo por los autores y donde se muestra cómo se usó el programa de matemática dinámica GeoGebra como medio articulador de conocimientos matemáticos en la formación matemática de los estudiantes de la carrera de Licenciatura en Educación Matemática.



Abstract

It is known that internationally, the use of information and communication technologies (ICT) in teaching already has a history of more than thirty years. However, the systematic use of such tools in the Cuban educational system has been much more recent, and the studies and evaluations that account for the results of such incorporation have been even more recent. One of the most consulted and used dynamic mathematics programs in the teaching and learning of mathematics is the GeoGebra program, which mixes the functionality of a geometric and algebraic processor, very easy to use and which turns out to be a powerful tool, it is software that brings together geometry, algebra, statistics, and calculus. The work collects some of the results obtained in the research process carried out by the authors and where it is shown how the dynamic mathematics program GeoGebra was used as a means of articulating mathematical knowledge in the mathematical training of the students of the Bachelor's degree in Mathematics education.

Palabras clave: matemática dinámica; formación de profesores; solución de problemas; situaciones de aprendizaje.

Keywords: dynamic mathematics; teacher training; problem solving; situations learning.

Introducción

No hay dudas que existe falta de motivación de los estudiantes hacia la matemática, lo que provoca un bajo aprovechamiento en el aprendizaje y por lo tanto los resultados académicos son deficientes en cada una de las educaciones. Esta situación pudiera estar dada por las limitaciones que presentan los mismos en la asimilación de los contenidos de matemática, y por ello que se buscan alternativas para mejorar su aprendizaje. El desarrollo de las tecnologías



informáticas ha ganado espacio en la docencia y con las mismas se han obtenidos resultados positivos en el proceso de enseñanza- aprendizaje, por lo que se considera necesario su uso.

El desarrollo de la tecnología ha generado un espacio social y de aprendizaje que puede resultar excelente aliado del docente, puesto que proporciona instancias de producción que facilitan el acercamiento entre docentes y alumnos. Estos recursos puede resultar una herramienta didáctica que facilita el proceso de enseñanza- aprendizaje por el impacto favorable que ocasiona en los alumnos. Su utilización permitirá que el estudiante asuma un rol activo en el proceso de enseñanza-aprendizaje guiándolo hacia el desarrollo de habilidades para la formación de los conocimientos y la formación de un pensamiento visual.

“Los medios informáticos, y su principal instrumento, la computadora, con su lenguaje y comunicación propios, abren nuevos escenarios con términos como: hipertextos, multimedia, hipermedia, plataformas de aprendizaje y en particular los múltiples asistentes matemáticos, que permiten diseñar entornos virtuales de aprendizaje, que con un modelo pedagógico establecido elevan la calidad de la educación matemática desde un nuevo bagaje cultural” (Lima y Rodríguez, 2010, p. 156).

Las posibilidades didácticas que ofrecen estos asistentes han suscitado nuevos enfoques metodológicos que conllevan un replanteo del acto de cómo enseñar y lograr mejorar el rendimiento académico del estudiante con el uso de estos softwares. Por lo tanto, se debe pensar bajo qué condiciones se aplica un software educativo, ya que más allá de sus características técnicas, es importante la preparación y el uso didáctico que realice el docente. No es sólo instalar un software y presentar unos problemas; la utilización de estos recursos requiere un adecuado diseño que permita que el alumno asuma un rol activo en el proceso de enseñanza-



aprendizaje, desarrollando habilidades en la formación de los conocimientos objeto de estudio (Estrada y Baptista, 2018).

Desde el punto de vista didáctico, la introducción de las Tecnologías de la Información y las Comunicaciones (TIC) aporta un componente importante de dinamismo a la forma en que se trabaja la matemática en el aula, como refieren Moreno (2015) y Santos-Trigo, Moreno y Camacho-Machín (2016). Por otro lado, los estudios de Diaz-Nunja, Rodríguez-Sosa y Lingán (2018) y Weaver (2000) también las asocian con la obtención de mejores rendimientos y con actitudes favorables hacia las matemáticas.

Es por ello que es importante elaborar actividades que conlleven a que el estudiante no solo interactúe con el software, sino que logre adquirir conocimientos, forme conceptos, elabore conjeturas, relaciones conceptos y desarrolle habilidades de la asignatura. Esta actitud está soportada en las palabras de Arnold (1998), quien resume lo planteado un año antes en el Palais de Découverte en París en 1997, en el que denuncia el daño que causaron esos matemáticos “escolásticos” al ocultar a los jóvenes que los objetos matemáticos, además de tener un significado algebraico y geométrico, también tienen un significado físico. El conocimiento da al matemático una intuición que le sirve de potente faro, y que la modelización en matemáticas también necesita de confirmación experimental.

Además, considerando los resultados que brindan las diferentes investigaciones en el ámbito nacional e internacional (Abar y Cotic (2015), Barrena, Falcón, Ramírez y Ríos (2011), Carrillo de Albornoz (2010, 2013), Estrada y Baptista (2018), Estrada, Baptista y Chilua (2018), Paiva y Alves (2019), Saidón, Bertúa y Morel (2019)) en el empleo de estos asistentes matemáticos, que además de revolucionar el conocimiento matemático, tienen un gran impacto en el aprendizaje. Estos resultados son motivados por el poder expresivo e interactivo que



brindan estos recursos, por lo cual se hace necesario estudiarlos, pues surgen interrogantes sobre qué se debe enseñar y aprender de los mismos dentro del currículo de Matemática. En la matemática están presentes tanto aspectos conceptuales, como aspectos computacionales, y el equilibrio que debe mantenerse entre ambos entra dentro de la dialéctica actual de dedicar tiempo en las actividades de cálculo y la resolución de problemas.

Los aspectos antes mencionados han sido corroborados por los autores a lo largo de su vida laboral, por una parte, enseñando matemática en diferentes niveles e instituciones educativas y por otra, por su experiencia en la preparación académica y didáctica a los profesores de matemática.

Dentro de este conjunto de softwares educativos se encuentra el Programa de Matemática Dinámica (PMD) GeoGebra, programa libre de fácil aprendizaje y de muchas posibilidades de aplicación en la docencia. GeoGebra da pie a un tratamiento algebraico, analítico y geométrico, dinámicamente integrado.

Como parte de las tareas investigativas para la carrera de Licenciatura en Educación Matemática en la Universidad de Holguín, Cuba, se pudo apreciar que se le da gran importancia al uso de las TIC en el proceso de enseñanza - aprendizaje desde los problemas del profesional hasta los objetivos generales y específicos de las disciplinas y asignaturas. Además, la revisión del Plan de Estudio E y de los diferentes programas de las disciplinas dio como principal problema que en las orientaciones metodológicas de los mismos se puede observar que no existen precisiones de cómo usar las TIC en el proceso de enseñanza- aprendizaje de cada disciplina.

Teniendo en cuenta lo analizado y a partir de la experiencia de los autores con el uso del PMD GeoGebra se pudo determinar que era posible usar este programa en las disciplinas de la



carrera. La investigación se propone recoger las experiencias en el trabajo con GeoGebra, a través del uso de algunas de las opciones que brinda el software.

Población y Muestra

La investigación fue aplicada a los estudiantes de la Licenciatura en Educación Matemática, de la Universidad de Holguín.

Se asume un enfoque de investigación cualitativo, bajo un diseño de investigación acción. Este diseño "... constituye un proceso de reflexión-acción-cambio-reflexión, por y para el mejoramiento de la práctica del docente, mediante la participación activa de este, dirigido a superar los problemas y las necesidades del aula, la escuela y la comunidad, posibilitando el diálogo entre teoría-práctica-teoría" (Minerva, 2006, p. 116). Este diseño en el contexto de la matemática propicia la experimentación, búsqueda y exploración del conocimiento matemático.

Dentro de los métodos utilizados en la investigación se encuentran los de carácter empíricos como la observación y la entrevista que permitieron constatar la situación sobre el empleo y uso de los asistentes matemáticos en la enseñanza - aprendizaje de la matemática en la carrera de Licenciatura en Educación Matemática. Al mismo tiempo se emplearon métodos teóricos como el histórico – lógico y análisis – síntesis, los que permitieron hacer una valoración crítica de las tendencias en el mundo del uso de la tecnología en la enseñanza y propiciaron la elaboración de las actividades de aprendizaje a utilizar en las disciplinas de la carrera.

Análisis de los resultados

Para las actividades investigativas desarrolladas se tuvo en cuenta el PMD GeoGebra, el cual es sin duda uno de los más conocidos y que mezcla la funcionalidad de un procesador geométrico y algebraico (Geometría-Álgebra), un software muy fácil de usar y que resulta ser una poderosa herramienta en el proceso de enseñanza - aprendizaje en Educación Matemática. El



software reúne geometría, álgebra, estadística y cálculo y vincula dos categorías, la relativa a Sistemas de Álgebra Computacional (CAS) y la relativa a los Sistemas de Geometría Dinámica (DGS), y esto es lo más interesante. Combina las representaciones gráficas y simbólicas ofreciendo ambas al mismo tiempo.

De las ventajas que proporciona el trabajo con el GeoGebra, se pueden citar, según Carrillo de Albornoz (2013) que:

- Favorece la interiorización de los conceptos y procedimientos.
- Desarrolla nuevas estrategias de razonamiento y propicia la investigación y el descubrimiento.
- Facilita el trabajo autónomo del estudiante en la resolución de problemas, en la medida en que permite experimentar con rapidez y seguridad.
- La capacidad gráfica facilita la integración de diversas imágenes y gráficas en el plano y en el espacio que son obstáculos en el aprendizaje.
- Su carácter interactivo provoca una retroalimentación inmediata. Estos sistemas ofrecen una ventaja indudable: reducen el tiempo empleado en la representación gráfica de diferentes lugares geométricos y permiten contribuir al desarrollo del pensamiento espacial del estudiante.
- Facilita la aparición de contextos de trabajo colectivo, muy adecuados para el aprendizaje colaborativo.

La estrategia didáctica propuesta, correspondió al diseño e implementación de un sistema de actividades, de un análisis didáctico a priori basado en el diagnóstico del grupo de estudiantes, y la fase de acción, donde se diseñaron e implementaron diversas actividades, para fortalecer las habilidades matemáticas buscadas en los estudiantes.



En concreto, para el trabajo con el GeoGebra se siguieron los siguientes pasos:

- La primera parte está dirigida a la preparación del personal docente. En esta se proponen tres acciones a desarrollar que son: *ejercitación en talleres*, con el objetivo de preparar al docente en el trabajo con el PGD GeoGebra, *preparación didáctica*, dirigida a preparar didácticamente al personal docente en el uso del PGD en las actividades docentes y *difusión*, que consiste en divulgar los resultados alcanzados con la utilización del GeoGebra en la clase de matemática.
- La segunda parte está dirigida al aprendizaje del PGD GeoGebra por parte del estudiante de la carrera, donde aprenderá a trabajar con las principales opciones del programa.
- La tercera parte está dirigida a dar orientaciones por parte del profesor de cómo implementar las tareas en las disciplinas del currículo. Para ello se elaboró la siguiente propuesta:
 1. Estudio y selección de los contenidos de la disciplina en los que se empleó el GeoGebra para su desarrollo.
 2. Tener en cuenta las diferencias individuales de los estudiantes para la elaboración de las actividades a desarrollar.
 3. Tener presente las condiciones del laboratorio de computación.
 4. Planificar las diferentes actividades que resolverá el estudiante ante el computador, con el objetivo de que estas sean lo más eficientes y efectivas posible.
 5. Llevar un registro individual, donde se recojan los avances y dificultades de cada estudiante.



Una enseñanza - aprendizaje de la matemática, donde se utilice la visualización matemática, propicia que el estudiante se apropie de los procesos: manipulación, representación, transformación, exploración, modelación, entre otros. El proceso de enseñanza - aprendizaje de la matemática en la formación de profesores basados en problemas, que en su resolución propicie hacer uso del GeoGebra y de la visualización matemática como una herramienta didáctica, permite la construcción robusta del contenido matemático en los estudiantes.

Es necesario un cambio en el desarrollo de las clases de matemáticas donde se busquen metodologías de trabajo, que motiven a los alumnos a aprender, donde el docente debe aplicar los recursos tecnológicos disponibles en su centro de estudio y así crear métodos didácticos aplicables a su disciplina de modo que el estudiante vea la Matemática de un modo diferente a como se venía tratando (Faria, Souza y Fernández, 2015).

A continuación, se muestran ejemplos, donde se aplican algunas de las opciones del GeoGebra, como el CAS, Probabilidad y 3D, las cuales resultan novedosas, pues al compararla con otros asistentes matemáticos como al Derive, el Maple o el Mathematica se observa a favor de GeoGebra su característica de software libre. Además, de la característica anterior hay que tener en cuenta que para ciertos niveles educativos más que potencia se requieren otras características como sencillez, intuición o dinamismo, por lo que GeoGebra es suficiente para el desarrollo de la mayoría de los contenidos (Carrillo de Albornoz, 2013).

De las opciones que ofrece la vista CAS de GeoGebra se muestran las relacionadas con resolución de sistemas de ecuaciones y matrices, de la disciplina de Álgebra.



Ejemplo 1.

Investiga las soluciones del sistema $\begin{cases} ax + y + z = 1 \\ x + ay + z = a \\ x + y + az = a^2 \end{cases}$ utilizando el GeoGebra.

Explora siguiendo las órdenes:

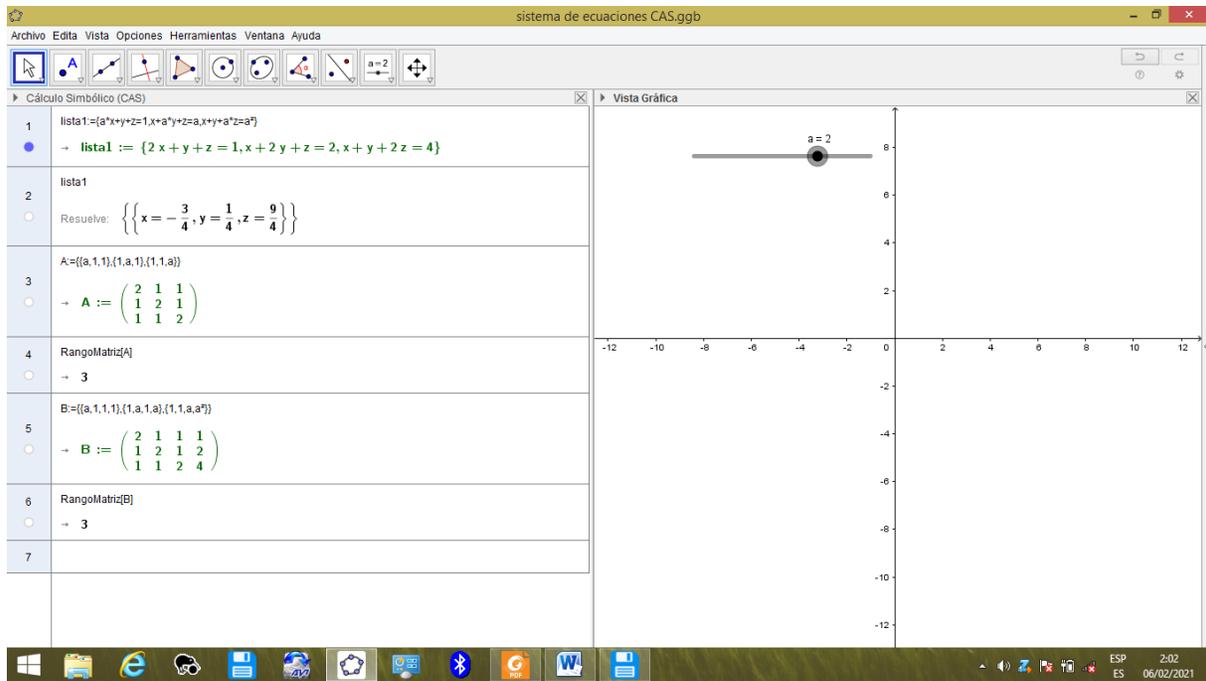
- a) Abrir el fichero sistema de ecuaciones CAS.ggb (Figura 1).
- b) Resuelve el sistema con la opción CAS, escribe las matrices del sistema y ampliada, determina el rango de las matrices y moviendo el deslizador saca conclusiones sobre el número de soluciones y su relación con el rango de las matrices.
- c) Halla el determinante de la matriz del sistema y compara con las soluciones del sistema al mover el deslizador.

Como se puede observar el estudiante al realizar las actividades previstas logró establecer relaciones entre el rango de la matriz del sistema y de la matriz ampliada, lo que le permitió determinar la compatibilidad o no del sistema. En el inciso b) los alumnos lograron arribar a la conclusión que en sistemas de ecuaciones lineales en los que la matriz del sistema sea cuadrada y el determinante es distinto de cero el sistema es compatible determinado. Si el determinante es igual a cero puede ocurrir que el sistema sea compatible determinado o incompatible. Es decir, con la actividad se arribó a esta conjetura que luego fue demostrada con los conocimientos abordados en el Álgebra Lineal (Figura 1).



Figura 1

Representación de la solución del sistema de ecuaciones con la opción CAS.

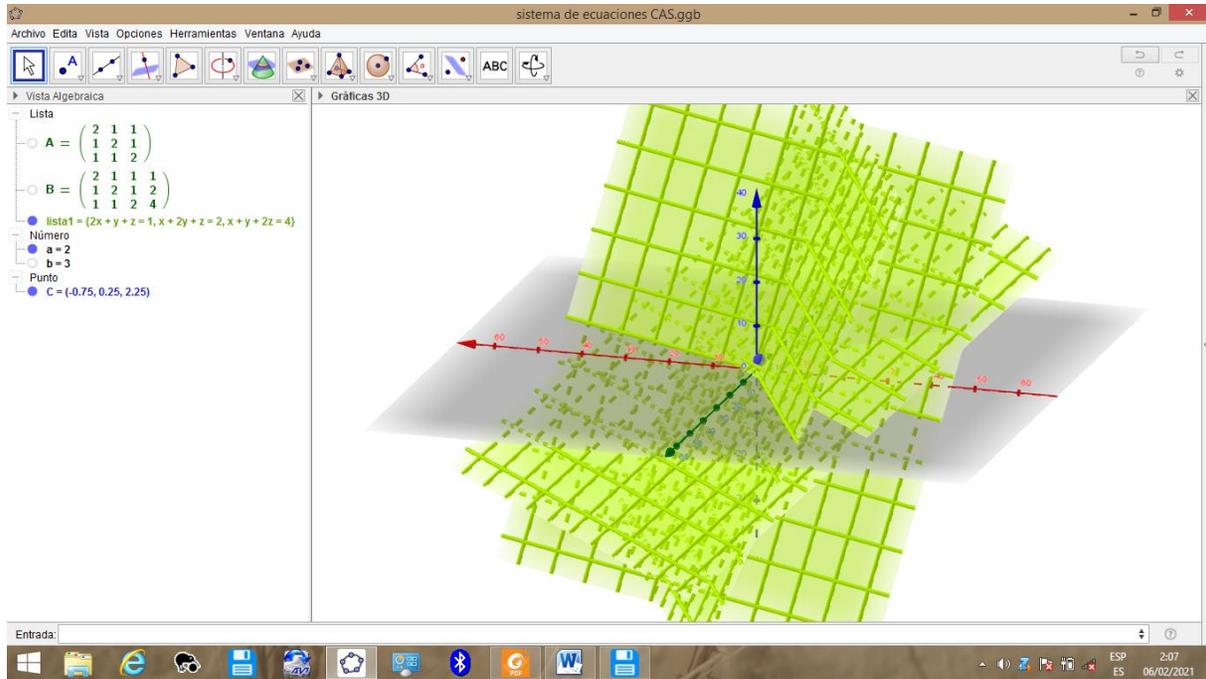


Y con la opción 3D el estudiante pudo observar la interpretación geométrica del sistema, que en este caso son tres planos que se cortan en un punto, ver figura 2.



Figura 2

Representación geométrica de la solución del sistema de ecuaciones con la opción 3D.



Otro de los ejemplos que se muestra fue resuelto por los estudiantes de la carrera con el uso del GeoGebra usando la opción 3D en la disciplina de Geometría Analítica.

Ejemplo 2.

Represente el siguiente volumen:

$$V = \left\{ (x; y; z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 - z^2 \geq 0; \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{16} \leq 1; z \geq 0; x \geq 0; y \geq 0; x \geq y \right\}$$

La actividad dos se dirige a determinar el volumen resultante de la intercepción de sólidos. Para el trabajo en el aula se les presenta a los estudiantes el siguiente procedimiento para la representación:

1. Trazar cada una de las superficies limitantes.
2. Determinar las curvas de intersección de las superficies tomadas dos a dos.

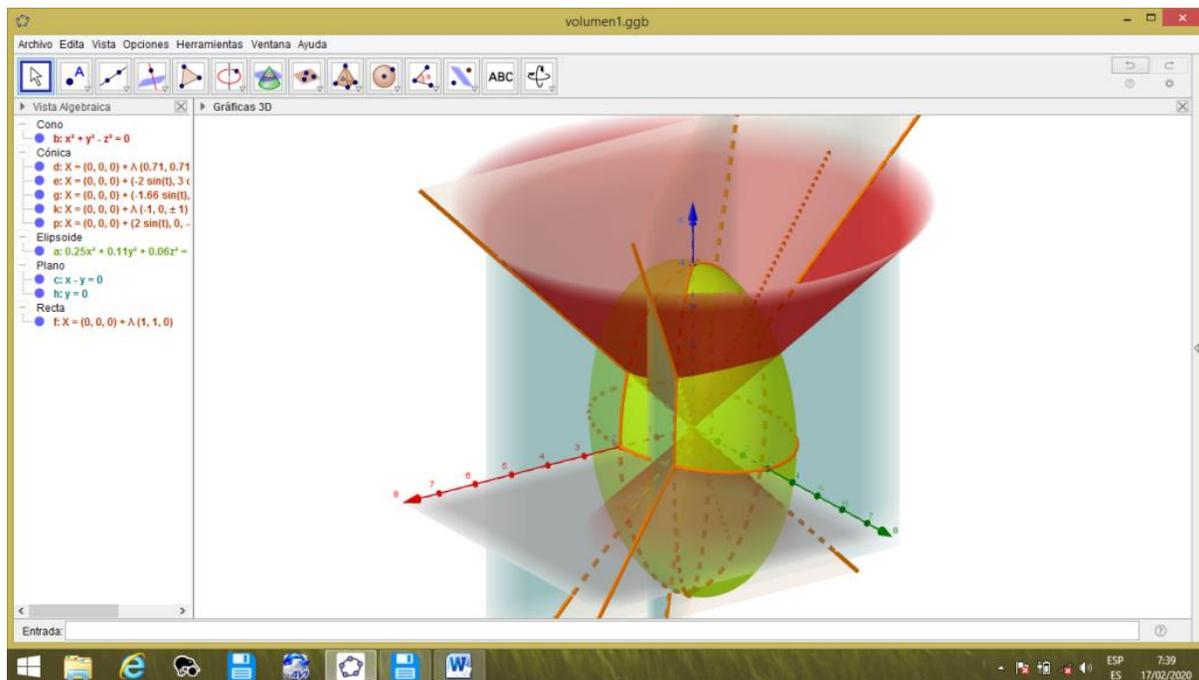


3. Reforzar el contorno del volumen por medio de líneas gruesas, continuas las porciones visibles y de trazos las invisibles.

En este caso debían representar el volumen limitado por un elipsoide, un cono y cuatro planos, luego de aplicar los pasos para la representación de un volumen se obtuvo el siguiente resultado:

Figura 3

Representación en el GeoGebra de una región del espacio limitada por superficies.



En la resolución del problema 2, seis de los 10 estudiantes del grupo lo resuelven correctamente. Para lograr que los estudiantes restantes llegaran a su resolución por sí solos, el profesor les orientó representar primero el elipsoide y el cono y luego el plano $y = x$, y posteriormente determinar las rectas de intersección, lo que se resuelve con la opción intersección de superficies, así se determinaron las rectas de intersección y por último se pasó a analizar qué región del espacio estaba limitada por estos planos, siguiendo las desigualdades.



Este proceso les permitió a los estudiantes determinar el trazo final del volumen, como se muestra en la figura 3.

En este ejemplo se puede apreciar las potencialidades del GeoGebra en la representación de regiones del espacio, ya que además de su visualidad permite la movilidad, lo que contribuye al desarrollo del pensamiento espacial y visual. Aquí el estudiante tiene que dominar los fundamentos teóricos de la representación gráfica de un volumen si no le es muy difícil determinar la región que se le pide, es decir, no es solo representar las superficies dadas, tiene que buscar y darse cuenta cuáles son las curvas de intercepción dos a dos para poder llegar a su representación.

El uso de GeoGebra permitió ahorrar tiempo en el trabajo con las superficies analizadas, pues el estudiante con el software pudo, en el estudio independiente, trabajar varias de las superficies, sobre todo aquellas presentes en su contexto. Además, permitió una mejor comprensión y visualización de las mismas, pues en el control del estudio los estudiantes no solo trabajaron con el GeoGebra sino que mostraron el análisis analítico de las superficies y su representación con lápiz y papel. También, con la opción 3D, se les permite a los estudiantes visualizar de forma dinámica la construcción de los objetos ya que ofrece una sensación de realismo, que es importante para la comprensión de las superficies.

Por otra parte, en el examen final de la disciplina 9 de 10 estudiantes, es decir, el 90% del grupo logró resolver la pregunta relacionada con la representación gráfica de las superficies y del volumen limitado, lo que contribuyó a este resultado el uso del GeoGebra en su preparación matemática.

Se pudo observar durante las actividades desarrolladas el avance de los estudiantes tanto con el uso del GeoGebra como en sus conocimientos sobre esta temática expuesta en este



trabajo, lo que demuestra la utilidad del uso del software no solo en la representación y desarrollo del pensamiento espacial y visual, sino en la formación de los conceptos abordados en esta temática.

El próximo ejemplo tiene que ver con la disciplina de Análisis Matemático donde el estudiante modela la situación planteada con el GeoGebra para explorar a partir de indicaciones dadas por el docente (Figura 4) y donde se pudo utilizar comandos que presenta el software para las distintas áreas de la matemática.

Ejemplo 3.

1. Traza en el boceto el gráfico de una función, preferentemente continua, en un intervalo $[a, b]$, con el supuesto de que es positiva, sin perder generalidad (mediante el comando `Funcion[f(x), a, b]`).
2. Introduzca un deslizador n que le permita variar el número de particiones sobre el intervalo $[a, b]$.
3. Determine las sumas inferior y superior de Darbuox, expresándolas en función del número de rectángulos que determina las particiones, o sea, a partir del deslizador (mediante los comandos `SumaInferior[f(x), a, b, n]` y `SumaSuperior[f(x), a, b, n]`).
4. Explore de la siguiente forma:

Varié con el deslizador el número de rectángulos e intente responder las siguientes interrogantes:

- Cuando aumentan el número de rectángulos, ¿a qué área se aproximan las áreas calculadas mediante las sumas?
- ¿A qué valor se aproximan las diferencias entre las sumas superior e inferior?



5. Se le orienta a los estudiantes que grafiquen otra función y ejecuten las mismas acciones.

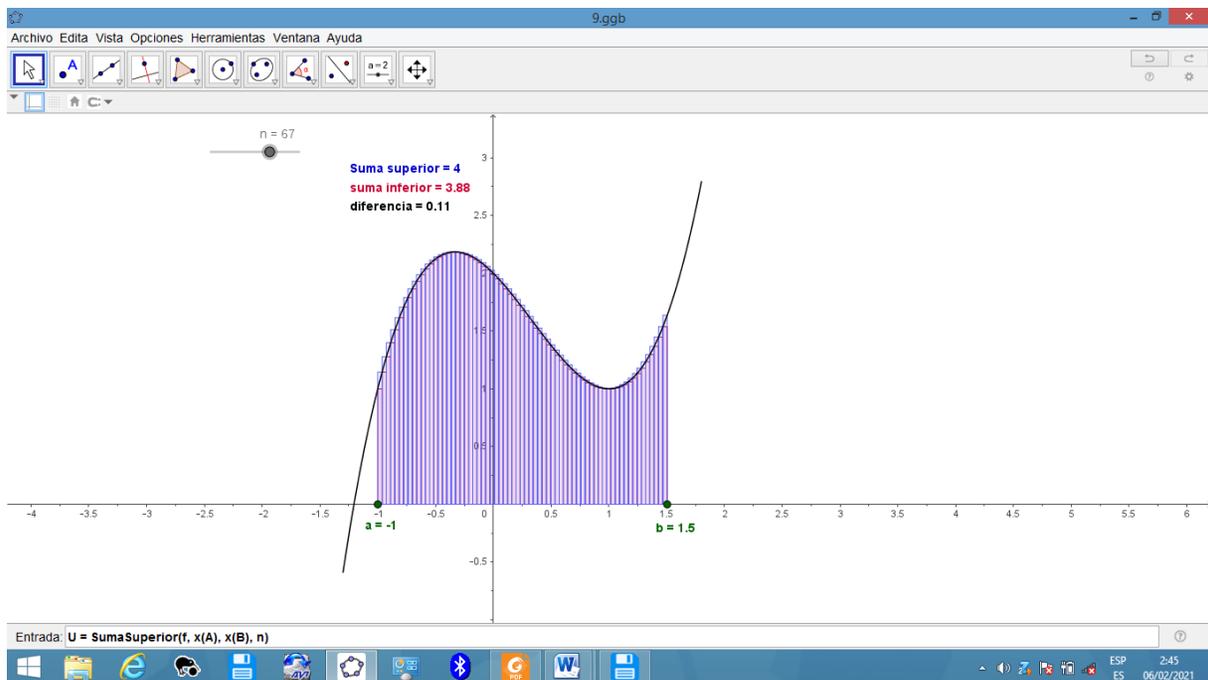
Después de realizada la actividad para distintas funciones, el profesor les puede motivar a responder la siguiente interrogante, ¿podrán realizar alguna conjetura que relacione lo que se ha observado con el concepto integrabilidad de la función?

Con esta tarea se pudo lograr que los alumnos realizaran la conjetura referente a la condición necesaria y suficiente de integrabilidad de una función en un intervalo $[a, b]$.

Resultado que permitió enunciar el teorema: Para que una función $f(x)$ sea integrable en el intervalo $[a, b]$ es necesario y suficiente que $\lim_{\gamma \rightarrow 0}(S - s) = 0$,

Figura 4

Representación en el GeoGebra de sumas inferior y superior de Darbuox.



Por último, se muestra una situación de aprendizaje de la disciplina de Probabilidades y Estadística.



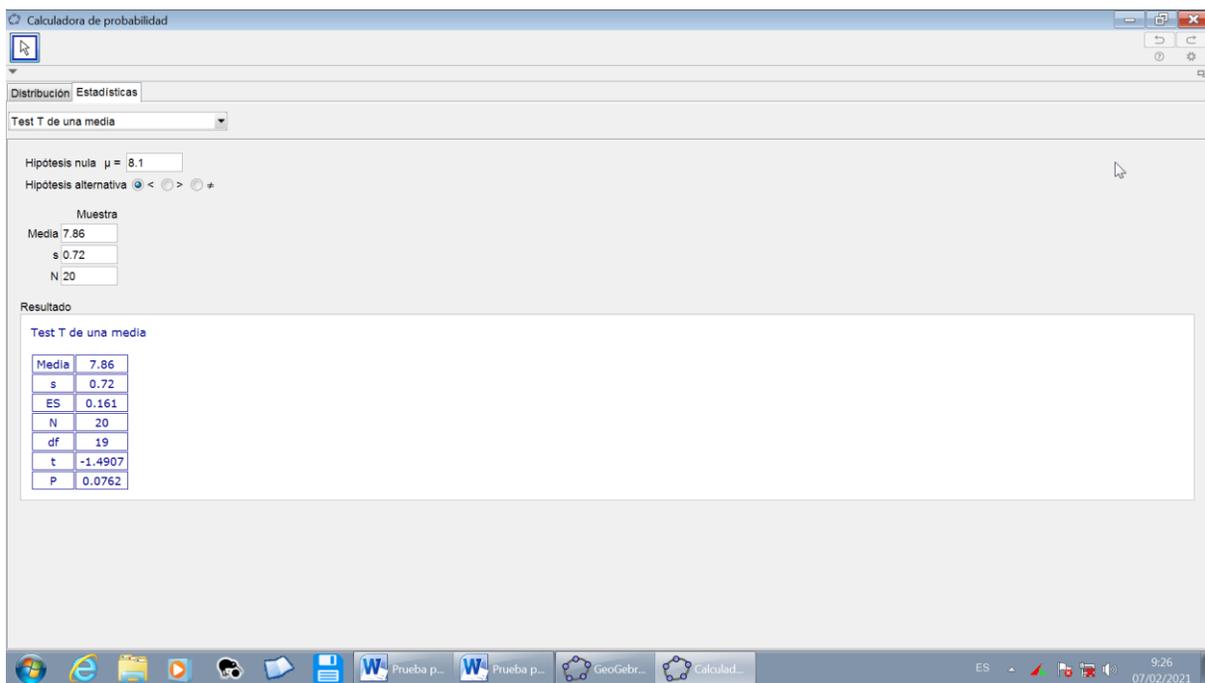
Ejemplo 4.

Un pedagogo afirma que las calificaciones en la asignatura de matemática de las alumnas de cierta secundaria son en promedio menores que las que obtienen los alumnos varones, quienes obtienen en la asignatura una calificación promedio de 8,1. Para probar su afirmación, toma una muestra aleatoria de 20 alumnas, en la que se obtiene $\bar{x} = 7.86$ y $s = 0,72$. ¿Se puede decir que la afirmación hecha por el pedagogo concuerda con la realidad?

El ejemplo que se propone fue una de las preguntas de la prueba final de la asignatura Probabilidades y Estadística al grupo de 4to año CPE de la carrera. Para la solución del problema se utilizó el GeoGebra donde los alumnos usaron la opción Probabilidades. Lo primero que hicieron fue seleccionar las hipótesis nula y alternativa, luego seleccionaron el estadístico adecuado, en este caso la Prueba t de Student, se insertaron los datos del problema y se obtuvieron los resultados como se muestra en la figura 5.

Figura 5

Representación de la prueba t de Student.



Finalmente, los estudiantes interpretaron los resultados obtenidos con el programa de matemática dinámica GeoGebra.

Conclusiones

Con este trabajo se quiere mostrar cómo es posible ir cambiando la forma de impartir la docencia e ir buscando alternativas a los métodos expositivos y memorísticos propios de la enseñanza tradicional, y como resultado de la labor investigativa se resumen algunos aspectos que se consideran de interés.

La experiencia se continúa aplicando en la carrera y se ha trabajado con otros contenidos relativos a las disciplinas matemáticas de la carrera, ya que, por medio del GeoGebra, se pueden priorizar manipulaciones geométricas dinámicas, diferentes a las presentadas en los libros que abordan este contenido, pues se presentan de manera estática. Este análisis proporcionó la obtención de elementos que permiten considerar la utilización del software en la elaboración y desarrollo de actividades destinadas a la comprensión del significado de los conceptos matemáticos.

Para el trabajo con la computadora, se deben tener en cuenta qué contenidos curriculares se pueden tratar con la misma y que sea efectivo en el aprendizaje de los estudiantes. El profesor puede combinarla con la metodología tradicional a lo largo de un curso, para ello debe decidir y escoger para cada unidad didáctica el tratamiento que considere más conveniente. Además, se debe tener en cuenta el desarrollo individual de cada estudiante para aplicar con más efectividad esta.

Otro aspecto a resaltar, es el hecho que el uso del software GeoGebra, tiene un impacto beneficioso y fortalecedor al ser implementado en el aula de clase, ya que permite el desarrollo y consolidación de las habilidades relativas al pensamiento matemático y la visualización.



También, lleva a los estudiantes a plantear conjeturas sobre las propiedades, para luego verificarlas. De esta manera, puede contribuir a mejorar la motivación por la Matemática y, de hecho, mejorar la enseñanza - aprendizaje de esta asignatura en cualquier nivel de enseñanza.

Los ejemplos mostrados son el resultado del estudio realizado con el GeoGebra por parte de los autores y que han sido utilizados en los diferentes cursos escolares desarrollados durante estos años. Cada profesor debe ser capaz de forma creadora de sacarle el mayor provecho al uso de los medios de cómputo en sus clases y aprovechar las potencialidades de estos medios para dirigir de una manera más eficiente el proceso de enseñanza- aprendizaje.

Por último, recalcar que no se afirma que el GeoGebra es la solución “mágica”, debe ser utilizado con una planificación y con objetivos perfectamente determinados, en un marco de actividades previamente elaboradas y como toda herramienta didáctica, tiene ventajas y desventajas, nuestro papel es explotar las primeras y minimizar las segundas.

Referencias bibliográficas

Abar, C., y Cotic, N. (2015). GeoGebra en la producción del conocimiento matemático.

Revista Iberoamericana de Educación Matemática, marzo, núm. 41, p.134-135.

Arnold, V. I. (1998). Sobre la Enseñanza de la Matemática. *Uspekhi Mat. Nauk* 53, no. 1, p. 229-234.

Barrena, E., Falcón, R., Ramírez, R., y Ríos, R. (2011). Presentación y resolución dinámica de problemas mediante GeoGebra. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, núm. 25, marzo, p. 161-174.

Carrillo de Albornoz, A. (2013). Cálculo Simbólico también es posible con GeoGebra. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 34, p. 151-167, junio.



- Carrillo de Albornoz, A. (2010). GeoGebra. Un recurso imprescindible en el aula de Matemáticas. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, septiembre, núm. 23. p. 201-210.
- Díaz-Nunja, L., Rodríguez-Sosa, J., y Lingán, S. K. (2018). Enseñanza de la geometría con el software GeoGebra en estudiantes secundarios de una institución educativa en Lima. *Propósitos y Representaciones*. Jul.-Dec. Vol. 6, N° 2, p.217-251. Recuperado de <http://dx.doi.org/10.20511/pyr2018.v6n2.251>
- Estrada, M., y Baptista, J. (2018). A elaboração de meios de ensino com o programa de matemática dinâmica GeoGebra para o ensino e aprendizagem da matemática. *Revista Pertinencia Académica*, núm. 7, junio, 2018.
- Estrada, M., Chilua, M., y Baptista, J. (2018). La enseñanza de la Geometría Analítica en la carrera de Matemática del ISCED-Huambo con el uso del CAS. *Revista Órbita Pedagógica*, vol V, núm. 2.
- Faria, I. G., Souza, L. D. F. R., y Fernández, E. A. (2015). Métodos informatizados contribuem para o ensino da Matemática: utilização do GeoGebra para o ensino de geometria-Revisão bibliográfica. *Revista Eletrônica de Educação e Ciência*, v. 5, n. 1, p. 65-70. Acceso em 10 de julho de 2018, de http://fira.edu.br/revista/wpcontent/uploads/2015/03/2015_vol5_num1_pag65.pdf
- Lima, S., y Rodríguez, M. (2010). La educación matemática en entornos virtuales. En: *Actas de Didáctica de las Ciencias. Nuevas Perspectivas. IV Congreso Internacional Didácticas de las Ciencias*, 2010, p. 155 - 178.
- Minerva, F. (2001). *El proceso de investigación científica*. Zulia, Venezuela: Universidad del Zulia.



- Moreno, L. (2015). Las prácticas matemáticas en la educación: tradición y enfoques emergentes. En: *16º Encuentro Colombiano de Matemática Educativa*, Asociación Colombiana de Matemática Educativa, Bogotá, Colombia, ASOCOLME, p. 1-16.
- Paiva, A. C. P., y Alves, F. R. V. (2019). Um estudo da Primeira Forma cuadrática: Uma proposta de construção dinâmica. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, abril, n. 55, p 123-143. ISSN: 1815-0640.
- Saidón, L., Bertúa, J., y Morel, J. (2019). Un escenario dinámico de exploración matemática. En: *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*. Junio, Número 22, p. 157-167. ISSN: 1815-0640.
- Santos-Trigo, M., Moreno, L., y Camacho-Machín, M. (2016). Problem solving and the use of digital technologies within the Mathematical Working Space framework, *ZDM Mathematics Education*, Springer.
- Weaver, G. (2000). An examination of the national educational longitudinal study (NELS: 88) database to probe the correlation between computer use in school and improvement in test scores. *Journal of Science Education and Technology*, 9, p. 121-133. Doi: <https://doi.org/10.1023/A:1009457603800>.

