

ORIGINAL

Un procedimiento de evaluación basado en el criterio de expertos con enfoque difuso.Dr.C. Miguel Cruz Ramírez, Prof. Titular. [mcruzz@uho.edu.cu]*Universidad de Holguín. Cuba.***Resumen**

La evaluación basada en el conocimiento experto, resulta útil para la jerarquización de alternativas, la evaluación de resultados, la redefinición de estrategias, entre disímiles aspectos relacionados con la toma de decisiones y la gestión estratégica. El procesamiento de la información experta enfrenta una problemática, relacionada con la naturaleza subjetiva e imprecisa de los datos, lo cual contrasta con la necesidad de un análisis objetivo y preciso. En el presente trabajo se presenta un procedimiento estructurado por siete etapas, dirigido a la evaluación experta en el campo de las investigaciones educacionales. El procedimiento se apoya en la técnica para la representación del ordenamiento por similitud, respecto a la solución ideal (TOPSIS). Dicha técnica se combina con el empleo de números difusos triangulares, a fin de disminuir la subjetividad que engloba el criterio evaluativo expertos. A modo de ejemplificación, el procesamiento se implementa en la valoración de cuatro perfiles de proyectos de investigación científica. Estos últimos son evaluados por 20 expertos, tomando en consideración nueve indicadores relacionados con la economía ecológica, como aspecto básico del desarrollo sostenible en términos prospectivos. La aplicación del procedimiento sirve para evidenciar sus potencialidades, en el marco de la aplicación del método de criterio de expertos en las investigaciones educacionales.

Palabras claves: método de expertos; conocimiento experto; conjuntos difusos; toma de decisiones multicriterio; TOPSIS; economía ecológica.

Recibido: 17/01/2020 | **Aceptado:**26/04/2020

An evaluation procedure based on expert judgment with a fuzzy approach.**Abstract**

The evaluation based on expert knowledge is useful for the hierarchy of alternatives, the evaluation of results, the redefinition of strategies, among different aspects related to decision-making and strategic management. The processing of expert information confronts a problem, related to the subjective and imprecise nature of the data, which contrasts with the need for objective and precise analysis. In this paper, a seven-stage procedure is presented, aimed at expert evaluation in the field of educational research. The procedure is based on the Technique for Order Performance by

Similarity to Ideal Solution (TOPSIS). This technique is combined with the use of triangular fuzzy numbers, in order to reduce the subjectivity that encompasses the expert evaluation criteria. As an example, the processing is implemented in the evaluation of four profiles of scientific research projects. The latter are evaluated by 20 experts, taking into account nine indicators related to the ecological economy, as a basic aspect of sustainable development in prospective terms. The application of the procedure is useful to demonstrate its potential, in the framework of the application of the method of expert judgment in educational research.

Keywords: expert knowledge; expert method; fuzzy sets; multi criteria decision making; TOPSIS; ecological economy.

Introducción

Existen numerosos métodos para la evaluación, selección, jerarquización, u otro aspecto relacionado con la toma de decisiones, a partir del uso del criterio de expertos. Una de las técnicas más divulgadas en la literatura científica se conoce como TOPSIS (por sus siglas en inglés: “técnica para la representación del ordenamiento por similitud, respecto a la solución ideal”), la cual fue propuesta por Hwang y Yoon (1981), a partir de la tesis doctoral del segundo autor. Se trata de un método multicriterio diseñado para identificar la mejor solución, a partir de un conjunto preliminar de variantes posibles. El principio básico consiste en que la alternativa más adecuada muestra la menor distancia posible respecto a la solución ideal positiva, así como la mayor distancia posible respecto a la solución ideal negativa.

Esta técnica ha sido utilizada en numerosos estudios, inicialmente basados en datos “rígidos” pero cada vez más relacionada con información “difusa” (Ashtiani, Haghghirad, Makui, Montazer, 2009; Chaghooshi, Fathi, y Kashef, 2012; Park, Park, Kwun, y Tan, 2011; Wang y Chang, 2007; Wang y Lee, 2009). Los datos rígidos son poco adecuados para modelar la mayoría de las situaciones que tienen lugar en los problemas prácticos, todavía menos en el campo de las ciencias sociales donde la información suele presentarse de manera poco precisa, con escalas generalmente lingüísticas nominales y ordinales. Para el procesamiento de datos imprecisos, el empleo de modelos difusos adquiere cada vez mayor popularidad, a partir de los trabajos pioneros de Zadeh (1965). Bajo la perspectiva de este autor, la idea de “rigidez” constituye un rasgo típico de los conjuntos tradicionales. Por ejemplo, $A = \{1, 2, 3\}$ es un conjunto rígido, pues la contención de sus tres elementos se adopta como un hecho de absoluta certeza. En cambio, en los conjuntos difusos o borrosos, la pertenencia de los respectivos elementos se mide en términos generales de probabilidad.

La mayoría de los reportes investigativos utilizan la técnica TOPSIS en la solución de problemas asociados a la gestión de procesos, principalmente relacionados con capital humano, innovación y desarrollo prospectivo, gestión económico-financiera, entre otros. Las aplicaciones en las investigaciones educacionales, aunque potencialmente posibles, son menos frecuentes en los reportes de investigación. En Cuba, si bien existe una amplia literatura relacionada con el empleo del criterio de expertos en el campo de las investigaciones educacionales, mayormente se observa un reclamo de consenso al estilo Delphi, o bien un procesamiento estadístico basado en datos rígidos.

Ante la demanda de un procesamiento más preciso y objetivo del conocimiento experto, obtenido por medio de instrumentos que apenas captan la información de modo impreciso y subjetivo, el presente trabajo se traza dos objetivos fundamentales. Primero, adoptar un procedimiento basado en la técnica TOPSIS para el procesamiento de información basada en datos difusos; y segundo, ejemplificar el procedimiento con base en datos reales, de modo que sea posible examinar su viabilidad en el campo de las investigaciones educacionales.

Población y muestra

El estudio se desarrolló en la Universidad de Holguín (UHo), con el objetivo de tomar decisiones sobre el financiamiento de proyectos de desarrollo sostenible. Por tanto, el análisis de viabilidad se apoyó en la figura del proyecto de investigación, el cual constituyó la unidad de análisis. Un total de 12 perfiles de proyectos, relacionados explícita y directamente con el desarrollo sostenible, conformaron la población. Un grupo de cinco especialistas seleccionó cuatro de ellos, a partir de un análisis y discusión sobre prioridades, tales como la formación de recursos humanos, disponibilidad financiera, liderazgo científico, satisfacción prospectiva de indicadores de ciencia, tecnología e innovación, y observancia de normativas preestablecidas. Estos cuatro proyectos constituyeron la muestra que fue intencionada, por su propia naturaleza.

Los cuatro perfiles de proyecto seleccionados fueron evaluados por un grupo de 20 expertos, con el fin de jerarquizarlos para establecer prioridades. La variable de evaluación se enmarcó en la economía ecológica, como aspecto básico del desarrollo sostenible en términos prospectivos. Para ello, se emplearon nueve indicadores de evaluación propuestos por López, Pino, y Sosa (2013), relacionados con la medición de la eficiencia y la eficacia de proyectos de economía ecológica.

Materiales y métodos

Los materiales empleados consisten en dos tipos de documentos: los perfiles de los proyectos, los cuales se diseñaron conforme a normativas vigentes, establecidas por el Ministerio de Ciencia,

Tecnología y Medioambiente; y un cuestionario para la evaluación experta, el cual formó parte de la segunda etapa del procedimiento descrito. Por su parte, los métodos de investigación se enmarcaron en el criterio de expertos en su forma general, con adecuaciones ajustadas a la técnica TOPSIS y al empleo de datos difusos. De forma general, el procedimiento consistió en una adaptación de la metodología descrita por Wang y Chang (2007) y posteriormente por Wang y Lee (2009), con amplias posibilidades de implementación y de generalización en el campo de las investigaciones educativas.

Análisis de los resultados

Los resultados comprenden dos elementos constitutivos: la adaptación del procedimiento en forma de siete etapas, así como su aplicación en un proceso de evaluación de perfiles de proyectos de investigación. Ambos aspectos se describen a continuación.

Descripción del procedimiento

Etapas 1. Determinación de los aspectos a evaluar y de los criterios de evaluación

En esta etapa se determinan los aspectos a evaluar (A_1, A_2, \dots, A_m), los cuales constituyen posibles soluciones a problemas locales, transferencias de tecnologías, sustitución de importaciones, determinación de productos y servicios exportables, conjunto de alternativas para la toma de decisiones, entre otros. Los criterios de evaluación (C_1, C_2, \dots, C_n) expresan sistematizaciones teóricas de aspectos relacionados con buenas prácticas, con la sujeción a requerimientos y normativas, el cumplimiento de parámetros, la satisfacción de demandas, entre otros aspectos. Los atributos a evaluar no deben ser numerosos y su totalidad puede reducirse en primeros estadios de la investigación, por medio de métodos analítico-sintéticos basados en la satisfacción de indicadores claves, de revisión de fuentes bibliográficas, de estudios de experiencias foráneas, entre otros. Los criterios tampoco deben ser excesivos, a fin de ganar en esencialidad, evitar redundancias e interdependencias, así como efectos negativos en las respuestas de los evaluadores.

Etapas 2. Diseño e implementación de los instrumentos de estudio

A partir de la determinación de los aspectos a evaluar y de los criterios evaluativos, se construye una tabla donde los aspectos se despliegan por filas y los criterios por columnas. También se establece una escala de medida para efectuar la evaluación la cual, por razones prácticas, debe ser la misma para cada criterio. Considerando la subjetividad de la evaluación, dicha escala adopta sus valores de un conjunto difuso, relacionado fundamentalmente con una escala lingüística difusa. A cada valor de escala se hace corresponder un número difuso triangular.

La tabla y su escala se presentan ante un conjunto de expertos (E_1, E_2, \dots, E_l), los cuales se seleccionan conforme a las especificidades del campo de investigación, así como a aptitudes relacionadas con la cooperación y la disposición a participar. Existen numerosos métodos para la selección de expertos, basados principalmente en indicadores específicos, o bien en el cálculo de coeficientes de competencia. También se solicita, a cada experto, una ponderación w_j del grado de importancia de cada criterio C_j , utilizando preferiblemente la misma escala de evaluación.

Etapa 3. Construcción y normalización de la matriz de decisión

Durante la aplicación del instrumento, cada experto E_k evalúa los aspectos A_i respecto a los criterios C_j , y conforme a la escala lingüística prefijada. Para cada evaluación se hace corresponder el valor:

$$\tilde{x}_{ij}^k = (a_{ij}^k, b_{ij}^k, c_{ij}^k) \quad (1)$$

Seguidamente, se promedian todas las evaluaciones para formar la matriz difusa de decisión:

$$\tilde{D} = \begin{bmatrix} \tilde{x}_{11} & \tilde{x}_{12} & \dots & \tilde{x}_{1n} \\ \tilde{x}_{21} & \tilde{x}_{22} & \dots & \tilde{x}_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{x}_{m1} & \tilde{x}_{m2} & \dots & \tilde{x}_{mn} \end{bmatrix} \quad (2)$$

donde $1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n$ y, además,

$$\tilde{x}_{ij} = \frac{1}{l} (x_{ij}^1 + x_{ij}^2 + \dots + x_{ij}^l) \quad (3)$$

La matriz se normaliza para eliminar anomalías producidas por los valores de escala. Para ello, se calculan los máximos de las terceras componentes, en cada columna de la matriz, y luego se dividen los números difusos por tales valores, o sea, se calculan los elementos:

$$\tilde{r}_{ij} = \left(\frac{a_{ij}}{c_j^+}, \frac{b_{ij}}{c_j^+}, \frac{c_{ij}}{c_j^+} \right), \quad c_j^+ = \max_i \{c_{ij}\} \quad (4)$$

para así conformar la matriz normalizada:

$$\tilde{R} = \left[\tilde{r}_{ij} \right]_{m \times n} \quad (5)$$

Etapa 4. Establecimiento de la matriz normalizada-ponderada difusa

Los pesos proporcionados por cada experto, constituyen vectores de la forma:

$$W^k = (w_1^k, w_2^k, \dots, w_n^k) \quad (6)$$

los cuales se promedian para $1 \leq j \leq n$, a fin de obtener el vector de ponderación global, o sea:

$$W = \left(\tilde{w}_1, \tilde{w}_2, \dots, \tilde{w}_n \right), \quad \tilde{w}_j = \frac{1}{l} \sum_{k=1}^l w_j^k \quad (7)$$

Seguidamente, se establece la matriz normalizada-ponderada difusa:

$$\tilde{V} = \begin{bmatrix} \tilde{v}_{ij} \end{bmatrix}_{m \times n}, \quad \tilde{v}_{ij} = \tilde{r}_{ij} \otimes \tilde{w}_j \quad (8)$$

En este caso, el producto de dos números difusos se adopta en el sentido de Wang y Chang (2007), donde:

$$A_1 \otimes A_2 = (a_1 a_2, b_1 b_2, c_1 c_2); \quad A_1 = (a_1, b_1, c_1), A_2 = (a_2, b_2, c_2), a_1 \geq 0, a_2 \geq 0 \quad (9)$$

Este tipo de producto no produce, en general, un número difuso. Sin embargo, gracias a sus aplicaciones se suele adoptar en un sentido aproximado, tal y como señalan Chaghooshi, Fathi, y Kashef (2012).

Etapa 5. Cálculo de las distancias respecto a las soluciones positiva y negativa ideales

Los valores ponderados normalizados se disponen en orden decreciente, para cada criterio C_j por separado. Así resultan las soluciones positiva ideal A^+ y negativa ideal A^- , definidas por:

$$A^+ = \left(\tilde{v}_1^+, \tilde{v}_2^+, \dots, \tilde{v}_n^+ \right), \quad A^- = \left(\tilde{v}_1^-, \tilde{v}_2^-, \dots, \tilde{v}_n^- \right), \quad \tilde{v}_j^+, \tilde{v}_j^- \in \tilde{V}, \quad \tilde{v}_j^+ = \max_i \left\{ \tilde{v}_{ij} \right\}, \tilde{v}_j^- = \min_i \left\{ \tilde{v}_{ij} \right\} \quad (10)$$

Seguidamente, para cada aspecto i ($1 \leq i \leq m$), se calculan las distancias i -ésimas respecto a las soluciones positivas y negativas ideales:

$$d_i^+ = \sum_{j=1}^n d \left(\tilde{v}_{ij}, \tilde{v}_j^+ \right), \quad d_i^- = \sum_{j=1}^n d \left(\tilde{v}_{ij}, \tilde{v}_j^- \right), \quad 1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n \quad (11)$$

Aquí las distancias corresponden a números difusos triangulares lo cual puede efectuarse, por ejemplo, por medio de la distancia euclidiana normalizada (Szmids y Kacprzyk, 2000), dada por la siguiente expresión para los números difusos A_1 y A_2 :

$$d(A_1, A_2) = \sqrt{\frac{1}{3} [(a_1 - a_2)^2 + (b_1 - b_2)^2 + (c_1 - c_2)^2]}, \quad A_1 = (a_1, b_1, c_1), A_2 = (a_2, b_2, c_2) \quad (12)$$

Etapa 6. Jerarquización del orden de las alternativas con base en el coeficiente de proximidad

A partir de las distancias i -ésimas, respecto a las soluciones positivas y negativas ideales, se calculan los correspondientes coeficientes de proximidad CC_i por medio de la expresión:

$$CC_i = \frac{d_i^-}{d_i^+ + d_i^-}, \quad 1 \leq i \leq m \quad (13)$$

Luego, es posible ordenar jerárquicamente los aspectos sometidos a evaluación, tomando como base el conjunto de coeficientes de proximidad. Todo ello responde a la técnica para la representación del ordenamiento por similitud, respecto a cada solución ideal (TOPSIS).

Etapa 7. Triangulación de información y toma de decisiones

Esta etapa conclusiva implica la complementación, combinación e integración de los datos obtenidos, con el objetivo de triangular la información y adoptar decisiones. Los coeficientes de

proximidad CC_i ($0 \leq CC_i \leq 1$) no aportan resultados conclusivos, en el sentido de que proporcionan jerarquización, pero no valorización. En cambio, la evaluación general es mucho más objetiva cuando el análisis de CC_i se entrelaza con la valoración de las ponderaciones, con los resultados específicos de cada aspecto, entre otros elementos.

Ejemplificación del procedimiento en la evaluación de indicadores de economía ecológica

Tal como se señaló anteriormente, el procedimiento descrito fue implementado durante la evaluación de cuatro proyectos de investigación en la UHo. Específicamente, la evaluación experta se enmarcó en el análisis de la economía ecológica, con base en nueve indicadores. A continuación, se describe el desarrollo de cada una de las etapas correspondientes.

Etapas 1. Determinación de los aspectos a evaluar y de los criterios de evaluación

Los cuatro proyectos preseleccionados junto a los nueve indicadores constituyen, respectivamente, los aspectos y criterios antes descritos. Respectivamente, se tiene que $A_1 = \text{Pr2018-I002}$, $A_2 = \text{Pr2018-I012}$, $A_3 = \text{Pr20189-I021}$, $A_4 = \text{Pr2018-I035}$, constituye el conjunto nominalizado de perfiles de proyectos. Asimismo, los indicadores referidos son $C_1 = \text{Productividad}$, $C_2 = \text{Sustentabilidad}$, $C_3 = \text{Estabilidad}$, $C_4 = \text{Equidad}$, $C_5 = \text{Autonomía}$, $C_6 = \text{Racionalidad}$, $C_7 = \text{Flexibilidad}$, $C_8 = \text{Espacialidad concreta}$, $C_9 = \text{Corresponsabilidad}$. Estos indicadores han sido detallados por López, Pino, y Sosa (2013), todos ellos relacionados con la medición de la eficiencia y la eficacia de proyectos de economía ecológica.

Etapas 2. Diseño e implementación de los instrumentos de estudio

Para la evaluación de los cuatro proyectos seleccionados, se solicita la participación de un grupo de 20 expertos, conformado para el análisis y evaluación de dichos proyectos en la UHo. A cada experto se le presenta el perfil del proyecto, la descripción detallada de los indicadores, así como una tabla para evaluar cada indicador en cada proyecto. Además, se les solicita ponderar la pertinencia de cada indicador mediante los mismos valores de escala. En ambos casos, se emplea la escala lingüística utilizada por Wang y Lee (2009), la cual asigna un número difuso triangular a cada categoría (Tabla 1).

Tabla 1. Escala lingüística para la evaluación experta

Escala lingüística	Número difuso triangular		
<i>Muy bajo</i>	.00	.00	.20
<i>Bajo</i>	.05	.20	.35
<i>Medio bajo</i>	.20	.35	.50
<i>Medio</i>	.35	.50	.65

Medio alto	.50	.65	.80
Alto	.65	.80	.95
Muy alto	.80	1.00	1.00

(Fuente: Wang y Lee, 2009.)

Etapa 3. Construcción y normalización de la matriz de decisión

A partir de los resultados, la información se consolida asignado el número triangular difuso en correspondencia con cada categoría evaluativa. La Tabla 2 ilustra los valores difusos promedio para cada proyecto, así como los valores difusos promedio asignados a cada indicador.

Tabla 2. Valores medios de la matriz de decisión

	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇	C ₈	C ₉
\tilde{x}_{1j}	(.3275, .4375, .5875)	(.2725, .3925, .5525)	(.2075, .3125, .4775)	(.2850, .4250, .5650)	(.3650, .4950, .6450)	(.4075, .5425, .6575)	(.3675, .5050, .6525)	(.3575, .4875, .6375)	(.3625, .4900, .6275)
\tilde{x}_{2j}	(.3225, .4625, .6025)	(.3475, .4725, .6175)	(.3525, .4950, .6275)	(.3650, .4950, .6450)	(.3650, .4950, .6450)	(.4250, .5825, .7100)	(.4050, .5450, .6850)	(.3500, .4650, .6000)	(.2700, .3875, .5350)
\tilde{x}_{3j}	(.3725, .5075, .6425)	(.3150, .4300, .5850)	(.4175, .5750, .7025)	(.3075, .4025, .5575)	(.2900, .4225, .5650)	(.3025, .4250, .5775)	(.3975, .5425, .6675)	(.3750, .5150, .6550)	(.3850, .5125, .6500)
\tilde{x}_{4j}	(.2850, .4000, .5500)	(.2275, .3500, .5025)	(.2525, .3800, .5375)	(.2950, .4175, .5700)	(.3425, .4750, .6175)	(.3800, .5200, .6400)	(.3400, .4650, .6100)	(.2550, .3675, .5300)	(.3125, .4425, .5925)
\tilde{w}_j	(.4850, .6500, .7550)	(.3450, .4875, .6200)	(.5125, .6650, .7875)	(.3500, .4875, .6150)	(.4575, .6000, .7325)	(.4200, .5650, .6900)	(.5575, .7150, .8225)	(.3975, .5325, .6875)	(.5025, .6500, .7675)

(Fuente: elaboración propia.)

Siguiendo el procedimiento descrito, se normalizan los valores y resulta la matriz normalizada de la Tabla 3. Cada entrada de la matriz resulta de dividir los valores correspondientes de la Tabla 2, por los máximos de las terceras componentes en cada columna.

Tabla 3. Matriz de decisión normalizada

	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇	C ₈	C ₉
c_j^+	.6425	.6175	.7025	.6450	.6450	.7100	.6850	.6550	.6500

r_{1j}	(.5097, .6809, .9144)	(.4413, .6356, .8947)	(.2954, .4448, .6797)	(.4419, .6589, .8760)	(.5659, .7674, 1.0000)	(.5739, .7641, .9261)	(.5365, .7372, .9526)	(.5458, .7443, .9733)	(.5577, .7538, .9654)
r_{2j}	(.5019, .7198, .9377)	(.5628, .7652, 1.0000)	(.5018, .7046, .8932)	(.5659, .7674, 1.0000)	(.5659, .7674, 1.0000)	(.5986, .8204, 1.0000)	(.5912, .7956, 1.0000)	(.5344, .7099, .9160)	(.4154, .5962, .8231)
r_{3j}	(.5798, .7899, 1.0000)	(.5101, .6964, .9474)	(.5943, .8185, 1.0000)	(.4767, .6240, .8643)	(.4496, .6550, .8760)	(.4261, .5986, .8134)	(.5803, .7920, .9745)	(.5725, .7863, 1.0000)	(.5923, .7885, 1.0000)
r_{4j}	(.4436, .6226, .8638)	(.3684, .5668, .8138)	(.3594, .5409, .7651)	(.4574, .6473, .8837)	(.5310, .7364, .9574)	(.5352, .7324, .9014)	(.4964, .6788, .8905)	(.3893, .5611, .8092)	(.4808, .6808, .9115)

(Fuente: elaboración propia.)

Etapa 4. Establecimiento de la matriz normalizada-ponderada difusa

Los números difusos de la Tabla 3 se multiplican, respectivamente, por los pesos promedios calculados. Estos últimos aparecen en la última fila de la Tabla 2, mientras que los resultados de la ponderación aparecen contenidos en la Tabla 4. En las dos últimas filas aparecen los números triangulares difusos conformados al tomar, para cada componente, los mínimos y máximos respectivos de las columnas correspondientes.

Tabla 4. Matriz de decisión normalizada-ponderada difusa

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	C_7	C_8	C_9
v_{1j}	(.1588, .2844, .4436)	(.0940, .1913, .3426)	(.1063, .2078, .3760)	(.0998, .2072, .3475)	(.1670, .2970, .4725)	(.1712, .3065, .4537)	(.2049, .3611, .5367)	(.1421, .2596, .4383)	(.1822, .3185, .4816)
v_{2j}	(.1564, .3006, .4549)	(.1199, .2303, .3829)	(.1807, .3292, .4942)	(.1278, .2413, .3967)	(.1670, .2970, .4725)	(.1785, .3291, .4899)	(.2258, .3897, .5634)	(.1391, .2476, .4125)	(.1357, .2519, .4106)
v_{3j}	(.1807, .3299, .4851)	(.1087, .2096, .3627)	(.2140, .3824, .5532)	(.1076, .1962, .3429)	(.1327, .2535, .4139)	(.1271, .2401, .3985)	(.2216, .3879, .5490)	(.1491, .2742, .4503)	(.1935, .3331, .4989)
v_{4j}	(.1382, .2600, .4190)	(.0785, .1706, .3116)	(.1294, .2527, .4233)	(.1033, .2035, .3506)	(.1567, .2850, .4523)	(.1596, .2938, .4416)	(.1896, .3325, .5017)	(.1014, .1957, .3644)	(.1570, .2876, .4547)

\bar{v}_j^-	(.1382, .2600, .4190)	(.0785, .1706, .3116)	(.1063, .2078, .3760)	(.0998, .1962, .3429)	(.1327, .2535, .4139)	(.1271, .2401, .3985)	(.1896, .3325, .5017)	(.1014, .1957, .3644)	(.1357, .2519, .4106)
\bar{v}_j^+	(.1807, .3299, .4851)	(.1199, .2303, .3829)	(.2140, .3824, .5532)	(.1278, .2413, .3967)	(.1670, .2970, .4725)	(.1785, .3291, .4899)	(.2258, .3897, .5634)	(.1491, .2742, .4503)	(.1935, .3331, .4989)

(Fuente: elaboración propia.)

Etapa 5. Cálculo de las distancias respecto a las soluciones positiva y negativa ideales

Por intermedio de la distancia euclidiana normalizada, resulta una medida respecto a las soluciones positivas y negativas ideales, las cuales se consignan en la Tabla 5.

Tabla 5. Distancias respecto a las soluciones positivas y negativas ideales

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	C_7	C_8	C_9	
A_1	$d(\bar{v}_{1j}^-, \bar{v}_j^-)$.0232	.0233	.0000	.0069	.0466	.0560	.0275	.0611	.0623
	$d(\bar{v}_{1j}^-, \bar{v}_j^+)$.0377	.0357	.1565	.0382	.0000	.0250	.0256	.0117	.0146
A_2	$d(\bar{v}_{2j}^-, \bar{v}_j^-)$.0330	.0588	.1068	.0436	.0466	.0794	.0529	.0463	.0000
	$d(\bar{v}_{2j}^-, \bar{v}_j^+)$.0280	.0000	.0498	.0000	.0000	.0000	.0000	.0273	.0769
A_3	$d(\bar{v}_{3j}^-, \bar{v}_j^-)$.0607	.0410	.1565	.0045	.0000	.0000	.0460	.0726	.0769
	$d(\bar{v}_{3j}^-, \bar{v}_j^+)$.0000	.0179	.0000	.0422	.0466	.0794	.0087	.0000	.0000
A_4	$d(\bar{v}_{4j}^-, \bar{v}_j^-)$.0000	.0000	.0399	.0065	.0319	.0440	.0000	.0000	.0350
	$d(\bar{v}_{4j}^-, \bar{v}_j^+)$.0607	.0588	.1167	.0372	.0148	.0362	.0529	.0726	.0422

(Fuente: elaboración propia.)

Etapa 6. Jerarquización del orden de las alternativas con base en el coeficiente de proximidad

Finalmente, se obtienen los coeficientes de proximidad, a partir de las distancias i -ésimas, respecto a las soluciones positivas y negativas ideales. La Tabla 6 expresa los valores obtenidos, los cuales conducen a un ordenamiento de los proyectos A_i

Tabla 6. Jerarquización de los proyectos con base en los coeficientes de proximidad

	d_i^-	d_i^+	CC_i	Ranking
A_1	.3069	.3449	.4708	3
A_2	.4674	.1820	.7198	1
A_3	.4582	.1948	.7017	2

$$A_4 \ .1572 \ .4921 \ .2422 \quad 4$$

(Fuente: elaboración propia.)

Por tanto, con base en los resultados obtenidos, es posible jerarquizar los cuatro proyectos analizados del modo siguiente:

$$A_4 = \text{Pr2018-I035} < A_1 = \text{Pr2018-I002} < A_3 = \text{Pr20189-I021} < A_2 = \text{Pr2018-I012}$$

Etapa 7. Triangulación de información y toma de decisiones

La jerarquización obtenida resulta útil para adoptar decisiones y otorgar prioridades. Por ejemplo, si el propósito consiste en seleccionar el proyecto de mayor impacto en la economía ecológica, puede tomarse el perfil A_2 . En cambio, si el objetivo se enmarca en distribuir proporcionalmente un fondo presupuestario, puede considerarse el conjunto de valores de CC_i y establecer algún tipo de correspondencia. Por su parte, si se busca un nivel de evaluación acerca del impacto prospectivo de cada proyecto, vale destacar que los coeficientes de proximidad de A_2 y A_3 son relativamente similares y distantes de los dos restantes.

A pesar de las ventajas anteriores, el coeficiente de proximidad no capta toda la riqueza de los resultados latentes en el estudio. Por ejemplo, la Tabla 7 revela que la evaluación global de todos los indicadores, concentra un 43.47% entre las categorías “Medio bajo” a “Muy bajo”. Luego, la jerarquización se debe asumir con cierta cautela, en el sentido de que existen insuficiencias en el cumplimiento de los indicadores, principalmente en $C_1 = \text{Productividad}$ y $C_2 = \text{Sustentabilidad}$. De aquí se infiere la necesidad de incrementar los niveles de asesoría en determinados ámbitos, la identificación de oportunidades de mejora continua, entre otros aspectos. En particular, el proyecto A_2 , de mayor ranking, es también el de mejores resultados en el conjunto de indicadores. Sin embargo, sus mayores dificultades se concentran en el noveno indicador $C_9 = \text{Corresponsabilidad}$.

Tabla 7. Resultados descriptivos cruzados (evaluación x proyecto x indicador)

Proyecto	Indicador									Total	%	%
	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	C_7	C_8	C_9			
Muy bajo	6	4	6	2	3	4	2	3	4	34	18.89%	18.89%
Bajo	2	5	2	7	1	1	3	3	3	27	15.00%	33.89%
Medio	0	3	4	1	6	1	0	3	2	20	11.11%	45.00%
A_1 Evaluación bajo												
Medio	3	1	6	3	1	7	4	1	2	28	15.56%	60.56%
Medio alto	5	2	1	5	2	0	10	4	2	31	17.22%	77.78%
Alto	2	5	1	0	6	1	0	5	4	24	13.33%	91.11%

Un procedimiento de evaluación basado en el criterio de expertos con enfoque difuso.

	Muy alto	2	0	0	2	1	6	1	1	3	16	8.89%	100%
Total		20	20	20	20	20	20	20	20	20	180	100%	
A ₂	Muy bajo	2	4	2	3	3	0	2	6	5	27	15.00%	15.00%
	Bajo	4	1	4	1	3	3	1	1	5	23	12.78%	27.78%
	Medio	4	2	2	2	1	4	3	1	1	20	11.11%	38.89%
	Evaluación bajo												
	Medio	2	6	5	4	3	3	4	4	3	34	18.89%	57.78%
	Medio alto	5	3	2	8	5	3	5	3	2	36	20.00%	77.78%
	Alto	1	2	2	1	4	4	3	1	2	20	11.11%	88.89%
	Muy alto	2	2	3	1	1	3	2	4	2	20	11.11%	100%
Total		20	20	20	20	20	20	20	20	20	180	100%	
A ₃	Muy bajo	3	5	0	8	3	4	2	2	4	31	17.22%	17.22%
	Bajo	2	3	4	0	7	3	2	3	2	26	14.44%	31.67%
	Medio	2	0	4	1	0	5	2	2	1	17	9.44%	41.11%
	Evaluación bajo												
	Medio	4	4	1	4	2	1	6	2	3	27	15.00%	56.11%
	Medio alto	5	4	4	2	5	1	3	8	4	36	20.00%	76.11%
	Alto	1	3	4	3	1	5	1	1	3	22	12.22%	88.33%
	Muy alto	3	1	3	2	2	1	4	2	3	21	11.67%	100%
Total		20	20	20	20	20	20	20	20	20	180	100%	
A ₄	Muy bajo	5	4	3	4	3	3	4	5	3	34	18.89%	18.89%
	Bajo	4	7	4	2	5	4	2	4	3	35	19.44%	38.33%
	Medio	0	3	4	3	1	2	1	1	4	19	10.56%	48.89%
	Evaluación bajo												
	Medio	3	0	5	5	2	2	5	3	3	28	15.56%	64.44%
	Medio alto	6	3	2	4	3	2	5	6	3	34	18.89%	83.33%
	Alto	1	2	2	1	4	2	1	1	3	17	9.44%	92.78%
	Muy alto	1	1	0	1	2	5	2	0	1	13	7.22%	100%
Total		20	20	20	20	20	20	20	20	20	180	100%	
Total	Muy bajo	16	17	11	17	12	11	10	16	16	126	17.50%	17.50%
	Bajo	12	16	14	10	16	11	8	11	13	111	15.42%	32.92%
	Medio	6	8	14	7	8	12	6	7	8	76	10.56%	43.47%

bajo													
Medio	12	11	17	16	8	13	19	10	11	117	16.25%	59.72%	
Medio alto	21	12	9	19	15	6	23	21	11	137	19.03%	78.75%	
Alto	5	12	9	5	15	12	5	8	12	83	11.53%	90.28%	
Muy alto	8	4	6	6	6	15	9	7	9	70	9.72%	100%	
Total	80	80	80	80	80	80	80	80	80	720	100%		

(Fuente: elaboración propia.)

Consideraciones retrospectivas del procedimiento

Al revisar retrospectivamente el procedimiento, puede identificarse la existencia de algunos elementos cuya flexibilidad les permite variar de un estudio a otro. Por ejemplo, los valores de la escala lingüística pueden ser diferentes; e incluso adoptarse en un sentido menos intuitivo, como producto de un estudio empírico propio e incluso teórico (Liao, Xu, y Zeng, 2014). Cada investigador debe valorar si resulta factible que los pesos y los criterios se evalúen por intermedio de una misma escala. Asimismo, es posible implementar otros recursos de normalización para las entradas de la matriz de decisión, empleando recursos menos rígidos que los valores j -ésimos máximos $c_j^+ = \max_i \{c_{ij}\}$ que dependen, exclusivamente, de los extremos superiores de cada número triangular difuso, correspondiente a un mismo indicador (cf. Ashtiani et al., 2009, p. 458).

La expresión asumida para el cálculo del producto \otimes de dos números triangulares obedece a motivos prácticos. La literatura describe otros mecanismos más rigurosos, como el producto algebraico definido por Zimmermann (1990, p. 29), o bien el analítico definido por Barros, Bassanezi, y Lodwick (2017, p. 34). Incluso, si se utilizan números difusos trapezoidales, puede seguirse un enfoque aritmético más general descrito por Bělohlávek, Dauben, y Klir (2017, p. 57). Por otro lado, la distancia euclidiana normalizada puede sustituirse por otras distancias, como la de Hausdorff o la de Hamming (Grzegorzewski, 2004). Una perspectiva integral más general puede lograrse si, en lugar de números difusos, se emplean conjuntos difusos intuicionistas de Atanassov (2012), un enfoque difuso intervalar (Ashtiani et al., 2009), o bien una combinación de ambos (Park et al., 2011).

También es importante señalar que, si bien el procedimiento utiliza la evaluación subjetiva de los expertos en relación a cada indicador, existen otros mecanismos con enfoque objetivo, basados en aplicaciones del concepto de entropía propuesto por Shannon (Chaghooshi, Fathi, y Kashef, 2012; Wang y Lee, 2009). Este mecanismo permite emplear las evaluaciones que los expertos hacen de cada aspecto A_i , mediante los criterios C_j , de modo que se infiere cierta medida objetiva

del grado de importancia de cada aspecto evaluado. Este enfoque sugiere que resulta innecesario solicitar a los expertos una evaluación o jerarquización de cada indicador. Sin embargo, se requieren estudios experimentales que permitan esclarecer mejor este aspecto, a fin de contar con argumentos científicamente comprobados.

Conclusiones

1. La principal novedad del presente trabajo consiste en la adaptación de la técnica TOPSIS con enfoque difuso a las investigaciones educacionales, con la incorporación de una etapa de triangulación de información para la toma de decisiones. Si bien el enfoque tradicional pondera la jerarquización, el presente enfoque enfatiza la evaluación.
2. El método de criterio de expertos es de uso frecuente en las investigaciones educacionales, pero existen limitaciones en la forma en que se capta y se procesa la información. Con ayuda del enfoque difuso o borroso, es factible atenuar la subjetividad y la imprecisión en el manejo de los datos aportados por los expertos.
3. Con la implementación del procedimiento se evidencian numerosas potencialidades para la toma de decisiones, las cuales han sido ilustradas por intermedio de un ejemplo real, relacionado con la evaluación de perfiles de proyectos de investigación.
4. El procedimiento es flexible, mientras que las consideraciones retrospectivas permiten ver la diversidad de formas en que se puede implementar durante un estudio científico educacional.

Referencias bibliográficas

- Ashtiani, B., Haghighirad, F., Makui, A. Montazer, G. (2009). Extension of fuzzy TOPSIS method based on interval-valued fuzzy sets. *Applied Soft Computing*, 9(2), 457-461. doi: [10.1016/j.asoc.2008.05.005](https://doi.org/10.1016/j.asoc.2008.05.005)
- Atanassov, K. T. (2012). *On Intuitionistic Fuzzy Sets Theory*. Berlin: Springer. doi: [10.1007/978-3-642-29127-2](https://doi.org/10.1007/978-3-642-29127-2)
- Barros, L. C., Bassanezi, R. C., & Lodwick, W. A. (2017). *A First Course in Fuzzy Logic, Fuzzy Dynamical Systems, and Biomathematics. Theory and Applications*. Berlin: Springer. doi: [10.1007/978-3-662-53324-6](https://doi.org/10.1007/978-3-662-53324-6)
- Bělohlávek, R., Dauben, J. W., & Klir, G. J. (2017). *Fuzzy Logic and Mathematics: A Historical Perspective*. Oxford: Oxford University Press. doi: [10.1093/oso/9780190200015.001.0001](https://doi.org/10.1093/oso/9780190200015.001.0001)
- Chaghooshi, A. J., Fathi, M. R., & Kashef, M. (2012). Integration of Fuzzy Shannon's Entropy with fuzzy TOPSIS for industrial robotic system selection. *Journal of Industrial Engineering and Management*, 5(1), 102-114. doi: [10.3926/jiem.397](https://doi.org/10.3926/jiem.397)

- Grzegorzewski, P. (2004). Distances between intuitionistic fuzzy sets and/or interval-valued fuzzy sets based on the Hausdorff metric. *Fuzzy Sets and Systems*, 148(2), 319-328. doi: [10.1016/j.fss.2003.08.005](https://doi.org/10.1016/j.fss.2003.08.005)
- Hwang, C. L., & Yoon, K. (1981). *Multiple Attributes Decision Making Methods and Applications*. Berlin: Springer. doi: [10.1007/978-3-642-48318-9](https://doi.org/10.1007/978-3-642-48318-9)
- Liao, H., Xu, Z., & Zeng, X.-J. (2014). Distance and similarity measures for hesitant fuzzy linguistic term sets and their application in multi-criteria decision making. *Information Sciences*, 271, 125-142. doi: [10.1016/j.ins.2014.02.125](https://doi.org/10.1016/j.ins.2014.02.125)
- López, E. J., Pino, J. R., & Sosa, M. (2013). La necesidad de medir el desarrollo local con indicadores de economía ecológica. *Universidad y Sociedad*, 5(2), 1-6. <https://rus.ucf.edu.cu>
- Park, J. H., Park, I. Y., Kwun, Y. C., & Tan, X. (2011). Extension of the TOPSIS method for decision making problems under interval-valued intuitionistic fuzzy environment. *Applied Mathematical Modelling*, 35(5), 2544-2556. doi: [10.1016/j.apm.2010.11.025](https://doi.org/10.1016/j.apm.2010.11.025)
- Szmidt, E., & Kacprzyk, J. (2000). Distances between intuitionistic fuzzy sets. *Fuzzy Sets and Systems*, 114(3), 505-518. doi: [10.1016/S0165-0114\(98\)00244-9](https://doi.org/10.1016/S0165-0114(98)00244-9)
- Wang, T.-C., & Chang, T.-H. (2007). Application of TOPSIS in evaluating initial training aircraft under a fuzzy environment. *Expert Systems with Applications*, 33(4), 870-880. doi: [10.1016/j.eswa.2006.07.003](https://doi.org/10.1016/j.eswa.2006.07.003)
- Wan, T.-C., & Lee, H.-D. (2009). Developing a fuzzy TOPSIS approach based on subjective weights and objective weights. *Expert Systems with Applications*, 36(5), 8980-8985. doi: [10.1016/j.eswa.2008.11.035](https://doi.org/10.1016/j.eswa.2008.11.035)
- Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy sets. *Information and Control*, 8(3), 338-353. doi: [10.1016/S0019-9958\(65\)90241-X](https://doi.org/10.1016/S0019-9958(65)90241-X)
- Zimmermann, H.-J. (1990). *Fuzzy Set Theory and its Applications*. NY: Springer. doi: [10.1007/978-94-015-7949-0](https://doi.org/10.1007/978-94-015-7949-0)