

Revisión

La sistematización de conocimientos en el proceso de enseñanza aprendizaje de la asignatura Matemática en duodécimo grado

Systematization of knowledge in the teaching learning process of the subject Mathematics in twelve grade

Est. Ruviel José González Ramos, Universidad de Granma, Bayamo, Cuba ⁽¹⁾

Est. Daniel Moisés Atencio Jerez, Universidad de Granma, Bayamo, Cuba ⁽²⁾

MSc. Ricardo Serrano Vargas, Universidad de Granma, Bayamo, Cuba ⁽³⁾

⁽¹⁾Estudiante de Cuarto Año de Licenciatura en Educación Física. Alumno Ayudante. Presidente de la FEU. Facultad Educación Media. Universidad de Granma, Bayamo, Cuba, rgonzalezr@estudiantes.udg.co.cu / <https://orcid.org/0009-0006-0306-2380>

⁽²⁾Estudiante de Cuarto Año de Licenciatura en Educación Física. Alumno Ayudante. Presidente de la FEU en la Residencia Estudiantil. Facultad Educación Media. Universidad de Granma, Bayamo, Cuba, datencioj@estudiantes.udg.co.cu / <https://orcid.org/0009-0003-1868-0323>

⁽³⁾ Máster en Ciencias de la Educación. Profesor Auxiliar. Licenciado en Educación, en la especialidad de Matemática. Jefe de Departamento Matemática-Física. Facultad de Educación Media. Universidad de Granma, Bayamo, Cuba. epardo@udg.co.cu / <https://orcid.org/0000-0003-2832-8828>

Resumen

El objetivo de este artículo consiste en resaltar la importancia de la sistematización de los conocimientos en la asignatura Matemática en el preuniversitario a partir de considerar la concepción desarrolladora del aprendizaje. Se sugieren ejercicios elaborados por investigadores reconocidos en la enseñanza de la matemática para resolver las dificultades existentes en la resolución ecuaciones e inecuaciones, factorización de expresiones algebraicas e interpretación y traducción del lenguaje común al lenguaje algebraico y viceversa. Se ofrecen referentes teóricos, cuyo estudio contribuye al mejoramiento del



desempeño futuro en la enseñanza aprendizaje de la matemática. Esta debe ser la premisa que encamina a los docentes en la sistematización de los contenidos en los alumnos de duodécimo grado de la educación media superior. Durante el desarrollo del artículo se emplearon métodos como el analítico sintético, inductivo deductivo y la observación, los cuales resultaron importantes para contactar en la práctica pedagógica las insuficiencias reflejadas en este trabajo.

Palabras clave: sistematización; resolución de ecuaciones; lenguaje común; lenguaje algebraico.

Abstract

The objective of this article is to highlight the importance of systematizing knowledge in the Mathematics subject in pre-university from considering the developing conception of learning. Exercises prepared by renowned researchers in the teaching of mathematics are suggested to resolve existing difficulties in solving equations and inequalities, factoring algebraic expressions, and interpreting and translating common language into algebraic language and vice versa. Theoretical references are offered; its study contributes to the improvement of future performance in the teaching-learning of mathematics. This should be the premise that guides teachers in the systematization of content in twelfth-grade students of senior education. During the development of the article, methods such as the synthetic-analytical, inductive-deductive and observation were used, which were important to contact the insufficiencies reflected in this work in pedagogical practice.

Keywords: systematization; equation solving; common language; algebraic language.

Introducción

En las instituciones docentes se conciben ideas y conceptos que preparan a los estudiantes para la sociedad, por lo que se deben potenciar las vías hacia la formación de un hombre pleno, independiente y creador para contribuir a que el pueblo, como parte de la sociedad, se sienta implicado en los cambios que surgen diariamente.



Por tanto, es necesario pensar sobre las bases necesarias para diseñar la formación del hombre nuevo en función de su existencia en escenarios interrelacionados globalmente y que cada día son más complejos e impredecibles. Constituye un reto para la pedagogía la formación de las nuevas generaciones teniendo en cuenta el concepto de educación para la vida desde una perspectiva dialéctica donde todos y cada uno de los factores que intervienen contribuyan con eficiencia a esta aspiración.

La situación actual del desarrollo en el área de la pedagogía demanda que el alumno sea el centro en el proceso de enseñanza aprendizaje para lograr un proceso formativo integrador que desarrolle al máximo sus potencialidades y que atienda y respete la diversidad, sobre la base de los conocimientos de la ciencia y la tecnología, de la cultura contemporánea, en cuyo núcleo esencial ha de estar la formación de los valores de identidad y humanísticos universales, para que se integre a la sociedad donde vive y contribuya a su desenvolvimiento y perfeccionamiento(Báez, 2019).

Según Báez (2019), las investigaciones realizadas en Cuba y sus resultados, forman parte del fundamento que ha de tenerse en cuenta en la continuidad de los estudios de sistematización de los conocimientos que conduzcan a una nueva etapa de Perfeccionamiento Continuo del Sistema Nacional de Educación.

En la educación preuniversitaria, la enseñanza de la matemática tiene entre sus objetivos fundamentales desarrollar en el alumno capacidades y habilidades para aplicar sus conocimientos matemáticos en la solución de ejercicios y situaciones de la vida práctica, brinda un importante aporte a su educación alumnos que permite, no solo la solución de problemas o situaciones que se relacionan con su medio, sino también, el desarrollo de determinadas cualidades como la responsabilidad, la perseverancia, la honestidad y el colectivismo. Su aprendizaje es una necesidad para poder recibir una preparación adecuada para la vida y el trabajo, pero existen limitaciones en su aprendizaje.

La experiencia del investigador durante su práctica laboral en el preuniversitario ha demostrado que estas limitaciones están mayormente relacionadas con la sistematización de los conocimientos en el proceso de



enseñanza aprendizaje de la asignatura Matemática, las cuales inciden en el aprendizaje. Entre las más relevantes se relacionan:

- Insuficiencias en la resolución de ecuaciones e inecuaciones.
- Limitaciones para factorizar expresiones algebraicas.
- Pobre desarrollo de habilidades para interpretar y traducir del lenguaje común al lenguaje algebraico y viceversa.

Resulta importante destacar que existen autores como Klinberg (1972), Danílov (1978) y Talízina (1987), que señalan a la sistematización de los conocimientos como características fundamentales de la enseñanza. Sin ella sería un tanto difícil el desarrollo de una personalidad integral. De ahí que el *objetivo* del presente artículo consiste en resaltar la importancia de la sistematización de los conocimientos en la asignatura Matemática en el duodécimo grado para contribuir a las insuficiencias presentes en la resolución ecuaciones e inecuaciones, factorización de expresiones algebraicas e interpretación y traducción del lenguaje común al lenguaje algebraico y viceversa.

Desarrollo

Caracterización del proceso de enseñanza aprendizaje de la asignatura Matemática en el duodécimo grado

Dentro del programa de la asignatura en duodécimo grado uno de los objetivos fundamentales consiste en la sistematización continua de los conocimientos, habilidades y modos de la actividad mental, tratando además de que se integre el saber de los alumnos procedente de distintas áreas de la Matemática e incluso de otras asignaturas. Según este programa, el contenido sistematizado agrupa conceptos y definiciones, teoremas, relaciones y proposiciones, así como procedimientos.



En el proceso de sistematización del contenido matemático el docente ofrece las oportunidades al alumno para lograr un equilibrio en el nivel de aprendizaje de estos, estableciendo las vías, métodos y procedimientos para lograr que todos aprendan López y Bell (2002).

Según González (2022), en la Metodología de la Enseñanza de la Matemática, la sistematización se comprende como una forma de la fijación cuyo objetivo fundamental es estructurar un sistema de conocimientos mediante comparación de características que destacan lo esencial del saber y el poder, adquiridos por los alumnos. Su realización está estrechamente vinculada al análisis de propiedades comunes y diferentes y al establecimiento de nexos entre los conocimientos, que algunas veces pudieran parecer aislados, hasta organizarlos en un sistema.

Esta misma autora plantea que la sistematización puede tener también carácter de repaso sistemático en función de aplicar lo aprendido. La sistematización de los conocimientos constituye una tarea frecuente de los docentes en todos los grados pues en reiteradas ocasiones se sistematizan los conocimientos en la asignatura y la nueva materia se desarrolla estrechamente relacionada con la aprendida en grados anteriores.

La sistematización toma gran significado en el preuniversitario, donde se profundizan los conocimientos matemáticos básicos de la formación matemática general y posteriormente es la principal herramienta en la preparación para las Pruebas de Ingreso a la Educación Superior.

Las actividades encaminadas a la sistematización logran su propósito, si los conocimientos de los alumnos quedan organizados en su mente, si cada conocimiento ha encontrado su lugar en la estructura del saber, se crean las condiciones para la fijación de un saber más sólido, el desarrollo de habilidades más generalizadas y para alcanzar mejores resultados en la aplicación de los conocimientos (González, 2022).

Es por esto que las clases dedicadas a la sistematización deben estar dirigidas a realizar un proceso de enseñanza aprendizaje con mayor calidad, esto es, lograr los más altos rendimientos posibles en la



mayoría de los alumnos. Los objetivos que ellos alcancen serán la expresión de la labor realizada por sus profesores.

No es posible sistematizar los conocimientos que no se poseen. Esto quiere decir que una condición imprescindible para que pueda tener lugar la sistematización es la disponibilidad de los conocimientos que deben ser sistematizados. Por lo que resulta de gran importancia la reactivación de los conocimientos que sean necesarios a través de la resolución de ejercicios, que no quiere decir que se resuelvan ejercicios que solamente se dirijan a este fin, ya que esto es posible a partir de los propios ejercicios que se proponen para la sistematización.

Los conocimientos matemáticos en general se refieren a conceptos, proposiciones (en particular teoremas fórmulas, propiedades) y procedimientos (algorítmicos o heurísticos). Así es posible referirnos a la sistematización de conceptos, proposiciones y procedimientos matemáticos de forma especial o como frecuentemente es el caso, a la sistematización de los conocimientos matemáticos como una integración lógicamente estructurada de estos tres componentes del saber matemático.

En la escuela cubana al terminar el preuniversitario, los alumnos aprendieron a resolver ecuaciones lineales, cuadráticas, fraccionarias, con radicales, exponenciales, logarítmicas y trigonométricas. Los alumnos aprendieron un procedimiento para resolver cada una de ellas. Las reflexiones de los alumnos al comparar estos procedimientos los debe conducir a la idea de que un procediendo está dentro del otro.

González (2022) considera que en reiteradas ocasiones, al revisar las Pruebas de Ingreso, los estudiantes no resuelven correctamente los ejercicios pues no saben lo que le piden ni como encontrarlo que le piden, es decir, aun teniendo los conocimientos no son capaces de resolver correctamente el ejercicio.

Se coincide con esta autora al plantear que en la sistematización de la resolución de ecuaciones también tiene gran importancia la presentación de los ejercicios que se proponen con este fin. Por ello los ejercicios seleccionados deben tener variadas formas de preguntar, se deben plantear ejercicios que tengan



una, ninguna o infinitas soluciones y otros donde se pueda encontrar la respuesta sin necesidad de resolver la ecuación, e incluso reconocer el absurdo en las posibles soluciones (González, 2022).

Al analizar lo antes expuesto, los autores del presente artículo consideran que para lograr una adecuada sistematización de los conocimientos a en la resolución ecuaciones e inecuaciones, factorización de expresiones algebraicas e interpretación y traducción del lenguaje común al lenguaje algebraico y viceversa es necesario concebir al proceso de aprendizaje desde una perspectiva desarrolladora.

Aprendizaje de la Matemática desde una perspectiva desarrolladora

Ávila (2011) plantea que el aprendizaje de la Matemática desde una perspectiva desarrolladora se evidencia en los avances que se producen debido a la Revolución Científico Técnica, el creciente volumen de información y la naturaleza cambiante de los conocimientos científicos son un reto que la sociedad impone hoy a la educación, ya que se deben formar niños y jóvenes capaces de enfrentar esa sociedad y de continuar transformándola.

En la formación de esos niños y jóvenes no puede obviarse la activación mental ya que esta contribuye a una mejor recordación, permite que se penetre en la esencia de los objetos, procesos y fenómenos. El proceso de enseñanza y aprendizaje es bilateral y no siempre existe correspondencia entre lo que se enseña y lo que se aprende. En ocasiones sea prenda menos de lo que se enseña, si se trasmite mucha información, conocimientos acabados sin que los alumnos razonen, emitan juicios, hagan descubrimientos, se les ofrecen pocas posibilidades para aprender por sí mismos y entonces sólo podrán repetir de forma mecánica lo que se les imparte.

Algunas investigaciones realizadas en nuestro país dirigidas al estudio del desarrollo del pensamiento de los escolares revelan la necesidad de formar en ellos procedimientos generalizadores que permitan la adecuada asimilación del material docente, por eso se ha determinado que lo esencial es enseñar a los



alumnos además de los conocimientos básicos necesarios, los métodos para que los puedan obtener por sí mismos.

En este sentido la Matemática puede desempeñar un rol fundamental porque es la ciencia que más potencialidades tiene para contribuir al desarrollo del pensamiento y es a la vez una de la que más atención le han dedicado psicólogos, pedagogos y didactas, sin embargo el avance ha sido pobre, para modificar esta realidad es necesario cambiar el modo en que se dirige el proceso de enseñanza y aprendizaje, que no propicia el protagonismo de los alumnos, su activación mental. Para lograr este propósito se debe tener en cuenta algunos requerimientos psicológicos y pedagógicos que indican cómo lograr un proceso efectivo. Han existido diversas concepciones en la Psicología y la Pedagogía con enfoques encaminados a solucionar esta problemática, se ha trabajado con el propósito de descubrir los mecanismos psicológicos responsables de la cognición, la estructura, función y contenido de las capacidades mentales surge la Psicología Cognitiva, que desde concepciones y enfoques psicopedagógicos dispares se ocupa del problema de la cognición humana y del papel de la actividad en el desarrollo psíquico e intelectual del individuo.

En tal sentido la Escuela Histórico Cultural abordada por Vigostky (1995), reconoce la enseñanza y la educación como formas universales y necesarias del proceso de desarrollo psíquico humano y es fundamentalmente a través de ellos que el hombre se apropia de la cultura, de la experiencia histórica social.

Según otro planteamiento del enfoque histórico cultural el aprendizaje no produce desarrollo en cualquier circunstancia, sino solo en aquellas en las que el alumno ha alcanzado un cierto desarrollo potencial. El aprendizaje no es en sí mismo desarrollador, hay que organizarlo para que sea activo, pero a su vez no hay activación mental sin aprendizaje.



En este artículo se asumen ejemplos de ejercicios ofrecidos por González (2022) para contribuir a la resolución ecuaciones e inecuaciones, factorización de expresiones algebraicas e interpretación y traducción del lenguaje común al lenguaje algebraico y viceversa.

Por ejemplo:

Ejercicio para reactivar los procedimientos de solución de ecuaciones lineales y cuadráticas y preparar las condiciones para la resolución de otros tipos de ecuaciones que conducen a ecuaciones lineales o cuadráticas.

Ejemplo 1

Sean $A = 3x - 2$ y $B = 4x^2 - 3x - 2$.
Completa los espacios en blanco:
La solución de la ecuación $A + 5 = 0$ es $x =$ ____
El conjunto solución de la ecuación $B = x$ es ____
Si $C = A^2 - 2B$ entonces $C =$ ____
El conjunto solución de la ecuación $C = 0$ es ____
El valor numérico de C para $x = \frac{1}{5}$ es ____

Ejercicio para hacer comprender a los alumnos la necesidad del planteo de una ecuación para la resolución de determinados ejercicios. Además, sistematiza las definiciones de cero de una función y dominio de una función. Se trata entonces del tipo de ejercicio donde en ocasiones no se dice explícitamente lo que debe hacer, por lo que se deben tratar en clases con frecuencia.

Para decir que mediante este ejercicio se contribuye a sistematizar los conocimientos de los alumnos respecto a la resolución de ecuaciones, no basta con resolverlos bien, es necesario que se logre establecer los nexos entre los conceptos de anular e indefinir. En este caso puede ser recomendable pedir las explicaciones a los alumnos sobre el procedimiento de solución aplicado en la revisión del ejercicio y así reactivar el procedimiento de solución de las ecuaciones resueltas.

La sistematización de las proposiciones referidas a un objeto o contenido matemático. Esta variante tiene lugar cuando se plantean ejercicios que recuerdan las proposiciones que tienen que ver con un contenido



determinado, para luego precisar sus semejanzas o diferencias. Las proposiciones y las reflexiones que se realicen en torno a ellas deben garantizar las exigencias planteadas para la existencia de una sistematización de proposiciones.

Una posibilidad para sistematizar conceptos es aprovechar las relaciones lógicas entre ellos y estructurar así el sistema de conocimientos. La sistematización de los conceptos es de incalculable valor para la posterior aplicación de los mismos a la solución de los ejercicios y también para recordar de modo racional las propiedades y características que le son inherentes.

Una posibilidad para sistematizar el concepto de ecuación, el concepto de solución de una ecuación y representar el nexo entre ellos es el que se presenta a continuación.

Lenguaje Algebraico.

- ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es falsa? Justifica tu respuesta.
- a) Existen ecuaciones de primer grado que no tienen solución.
 - b) Hay ecuaciones lineales en una variable que tienen infinitas soluciones.
 - c) La solución de la ecuación $9 - \frac{2}{3}(3 - x) - 2 = \frac{3}{2}x$ es $x = 6$.
 - d) La ecuación $\frac{7}{5}x + 3 = \frac{2}{5}(x + 5) + x$ tiene una solución.
 - e) La ecuación $\sqrt{x + 5} + \sqrt{x^2 + 3} = 0$ no tiene solución.
- 4.1 Indica cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas y cuáles falsas. Justifica en cada caso.
- a) Toda ecuación cuadrática tiene al menos dos soluciones.
 - b) La ecuación $(x + 3)^2 = 0$ tiene una solución.
 - c) Si el discriminante de una ecuación de segundo grado es menor que cero, la ecuación tiene dos soluciones reales.
 - d) Las soluciones de la ecuación $(x + 2)^2 = 2x(x + 2) - 5$ son $x_1 = 3$ y $x_2 = -3$.
 - e) Al despejar la variable b en la fórmula $A = 2ab + 2ac + 2bc$ se obtiene que $b = \frac{A - 2ac - a^2 - c^2}{2}$.
 - f) Si despejamos m en la fórmula $a^m - b = c$ encontramos que $m = \log_a(b + c)$.

Para poder manejar el lenguaje algebraico es necesario comprender lo siguiente:

Se usan todas las letras del alfabeto.

- Las primeras letras del alfabeto se determinan por regla general como constantes, es decir, cualquier número o constante como el vocablo pi.



- Por lo regular las letras X., Y y Z se utilizan como las incógnitas o variables de la función o expresión algebraica.

Operaciones con Lenguaje Algebraico

Aquí se presentan los siguientes ejemplos, son algunas de las situaciones más comunes que involucran los problemas de matemáticas con lenguaje algebraico; cualquier razonamiento extra o formulación de operaciones con este lenguaje se basa estrictamente en estas definiciones:

- un número cualquiera se puede denominar con cualquier letra del alfabeto, por ejemplo:

a = un número cualquiera

b = un número cualquiera

c = un número cualquiera

. . . y así sucesivamente con todos los datos del alfabeto.

- la suma de dos números cualesquiera

$a+b$ = la suma de dos números cualesquiera

$x+y$ = la suma de dos números cualesquiera

- la resta de dos números cualesquiera

$a-b$ = la resta de dos números cualesquiera

$m-n$ = la resta de dos números cualesquiera

- la suma de dos números cualesquiera menos otro número cualquiera

$a-b+c$ = la suma de dos números cualesquiera menos otro número cualquiera

- el producto de dos números cualesquiera

ab = el producto de dos números cualesquiera

- el cociente de dos números cualesquiera (la división de dos números cualesquiera)

a/b = el cociente de dos números cualesquiera



- la semisuma de dos números cualesquiera

$(a+b)/2$ = la semisuma de dos números cualesquiera

- el semiproducto de dos números cualesquiera

$(ab)/2$ = el semiproducto de dos números cualesquiera

| |
|---|
| <p>LENGUAJE ALGEBRAICO EJERCICIOS PARA RESOLVER - 1° ESO.</p> <p>1. Los años de Sofía dentro de 12 años. A) $12 + 12$ B) $12 - x$ C) $x + 12$ D) $x + x$ E) $x - 12$</p> <p>2. El doble de un número menos quince. A) $15 - 2x$ B) $2x - 15$ C) $2x$ D) $15x + 2$ E) $2x - 12$</p> <p>3. Años de Margot hace tres años. A) $3x$ B) $3 - x$ C) 25 D) $2x + 1$ E) $x - 3$</p> <p>4. Un número más el siguiente. A) $x + x + 1$ B) $3x$ C) $x + x + x$ D) $1 + 1 + x$ E) $2x$</p> <p>5. Perímetro de un cuadrado. A) $4 + x$ B) $4x + 4$ C) $4x$ D) $x - 4$ E) $4 - x$</p> <p>6. Un múltiplo de 7. A) $7x$ B) $7x^2$ C) $7+x$ D) $7+7$ E) $7-x$</p> |
|---|

Conclusiones

1. La enseñanza de la matemática contribuye al desarrollo de capacidades y habilidades en la educación preuniversitaria; brinda además un importante aporte a la educación alumnos para la solución de problemas o situaciones de la vida práctica.
2. Existen limitaciones, las cuales están relacionadas con la sistematización de los conocimientos en el proceso de enseñanza aprendizaje de la asignatura Matemática que inciden en el aprendizaje, tanto en la resolución de ecuaciones e inecuaciones, como factorización de expresiones algebraicas e interpretación y traducción del lenguaje común al lenguaje algebraico y viceversa.
3. Entre los objetivos fundamentales del programa de la asignatura en duodécimo grado está la sistematización continua de los conocimientos, habilidades y modos de la actividad mental que al concebirlo de una perspectiva desarrolladora, contribuirá a su cumplimiento.



4. Son múltiples los ejercicios que se pueden desarrollar con los alumnos para solucionar las insuficiencias detectadas en este trabajo.

Referencias bibliográficas

- Ávila, F. (2011). *Tareas docentes para el tratamiento metodológico de los contenidos de la unidad 2: Igualdades que contienen variables, de la asignatura de matemática, octavo grado*. Material Docente en opción al Título Académico de Máster en Ciencias de la Educación. Universidad de Ciencias Pedagógicas de Holguín.
- Báez, G. (2019). *Modelo didáctico de atención a la diversidad de estudiantes en la sistematización del contenido matemático de la educación preuniversitaria*. Tesis de Grado en Opción al Título de Doctor en Ciencias Pedagógicas. Universidad de Granma Cuba.
- Danilov, A.M. (1978). *Didáctica de la escuela media*. La Habana: Pueblo y Educación.
<http://revistas.ucpejv.edu.cu/index.php/rVar/article/view/1545/1944>
- Klingberg, L. (1972). *Introducción a la Didáctica General*. Editorial Pueblo y Educación, La Habana, Cuba; Primera edición, 1972.
- González, A. (2022). La sistematización en la resolución de ecuaciones con vistas a la preparación para las Pruebas de Ingreso a la Educación Superior. *Revista Científico-Methodológica*, Edic. Esp. mayo-agosto, 2022. <http://revistas.ucpejv.edu.cu/index.php/rVar/article/view/1545/1944>
- López, M. y Bell, R. (2002). *Convocados por la diversidad*. La Habana: pueblo y Educación.
- Talizina, N. F. (1987). *La Formación de la Actividad cognoscitiva de los Escolares*. Ministerio de Educación Superior. La Habana.
- Vigostky, L. S. (1995). *Pensamiento y lenguaje*. La Habana. Pueblo y Educación.

