REDEL. Revista Granmense de Desarrollo Local
Vol.1 No.3, octubre-diciembre 2017. RNPS: 2448. redel@udg.co.cu

ORIGINAL

ADIESTRAMIENTO LÓGICO-LINGÜÍSTICO MEDIANTE EL ESTUDIO DEL CONCEPTO DERIVADA EN LA DISCIPLINA MATEMÁTICA

Logical linguistic training by means the study of the concept derived in the Mathematic Discipline

Lic. Lourdes Concha-Yero, Profesora Auxiliar, Universidad de Granma, lconchay@udg.co.cu. Cuba

M. Sc. Andrés Cutiño-Reinaldo, Profesor Auxiliar, Universidad de Granma, acutinoreynaldo@udg.co.cu, Cuba

Lic. Manuel Peña-Chávez, Profesor Asistente, Universidad de Granma, mpenac@udg.co.cu, Cuba

Recibido: 28/09/2017- Aceptado:04/12/2017

RESUMEN

Uno de los objetivos esenciales de la educación en Cuba es el desarrollo del pensamiento lógico. La acertada conducción de su formación y desarrollo asegura la independencia cognoscitiva de los estudiantes, preparándolos para dirigir su propio aprendizaje. Todo ello responde al propósito de formar profesionales competentes capaces de investigar y crear en su área de desempeño. Se reconoce la asignatura Matemática como apoyo fundamental para lograr este loable objetivo. El tratamiento metodológico inadecuado a la formación de conceptos matemáticos en los diferentes niveles de enseñanza es considerado por los autores de este trabajo, causa fundamental del insuficiente desarrollo del pensamiento lógico de los estudiantes. En la búsqueda de soluciones conjuntas, que beneficien el desarrollo del pensamiento lógico en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática, han desarrollado acciones de adiestramiento lógico-lingüístico, con estudiantes del primer año de la Universidad de Granma, lo que constituyendo experiencias didácticas. El contenido que se aborda en la experiencia que se expone es la interpretación de la derivada relacionada con una propiedad elemental de la pendiente de una recta. El análisis y la generalización de tal propiedad, de fácil comprensión para los estudiantes, permite que estos adquieran una cultura general referente a la aplicación de la derivada en distintas áreas del conocimiento y construyan una aplicación de este importante concepto al ámbito de su profesión. Se proponen actividades prácticas a través de las cuales se desarrollan las acciones de adiestramiento lógico lingüístico.

Palabras Claves: Adiestramiento; adiestramiento lógico-lingüístico; pensamiento lógico; formación lingüística.

ABSTRACT

One of the essential objectives of the education in Cuba is the development of the logical thought. The correct conduction of its formation and development guarantees the students' cognoscitive independence, preparing them to direct their own learning. All this answers to the purpose to prepare competent professionals capable to carry out investigations and to create in their area of performance. To achieve this so significant aim it is Mathematics the subject that is recognized as a basic support. The inadequate methodological treatment to the formation of mathematical concepts in the different teaching levels is considered by the authors of this work as fundamental cause of the insufficient development of the logical thought of the students. In searching of united solutions to benefit the development of the logical when carry out the teaching-learning of Mathematics, different actions of logical linguistic training with students of the first year at Granma's University have been developed, all of them constituting in didactic experiences. The content approached the exposed experience is the interpretation of the derivative related with an elemental property of the slope of a straight line. The analysis and the generalization of such a property, of easy understanding for the students, allow that the students acquire a general culture related to the application of the derivative in different areas of knowledge, and construct an application of this important concept to the field of their profession. Practical activities through which actions of logical linguistic training were developed are proposed.

Key words: Training, logical-linguistic training, logical thought, linguistic formation

INTRODUCCIÓN

El adiestramiento lógico lingüístico es una categoría utilizada con frecuencia en la metodología de la enseñanza de la Matemática. Se asume como el proceso dirigido por el docente para lograr el desarrollo del pensamiento lógico y la formación lingüística de los estudiantes.

Destacados didactas y metodólogos, entre los que se encuentra Jungk (1981), señalan que para lograr el desarrollo del pensamiento lógico en la enseñanza de la Matemática, el docente debe utilizar correctamente las operaciones lógicas y las formulaciones correspondientes en el tratamiento de problemas concretos; debe dirigir su trabajo a lograr que los estudiantes trabajen correctamente con variables; conozcan y comprendan las proposiciones compuestas clásicas; operaciones lógicas como la generalización y la particularización, utilizándolas en el lenguaje común y particularmente en el lenguaje de la asignatura, además, debe lograr que los estudiantes reconozcan la utilización correcta de otras operaciones lógicas y las apliquen correctamente de forma individual.

La aportación de la enseñanza de la Matemática a la formación lingüística de los estudiantes está estrechamente vinculada con el desarrollo del pensamiento lógico. Jungk (1981) planteó, mediante el adiestramiento lógico-lingüístico, los estudiantes se capacitan para utilizar correctamente el vocabulario técnico de la asignatura y aplicarlo consecuentemente en la traducción de formulaciones del lenguaje común al lenguaje de la matemática y viceversa.

Según plantea Álvarez (2014), a través de las actividades de adiestramiento lógico - lingüístico se desarrollan capacidades para explicar, argumentar y fundamentar con seguridad; además, se crean habilidades para operar con conceptos matemáticos, comunicarse utilizando la terminología y la simbología propias de la ciencia matemática y también para trabajar con representaciones de objetos matemáticos.

Igualmente, el desarrollo de actividades de adiestramiento lógico-lingüístico en la enseñanza de la Matemática complementa las potencialidades educativas de esta asignatura que, como afirma Jungk (1981), radica básicamente en la unidad del carácter científico, partidista y su vinculación con la vida. Esta unidad exige que la enseñanza sea exacta en relación con la ciencia, lo que significa que la construcción del contenido y su tratamiento metodológico tiene que ser determinado esencialmente por la ciencia matemática.

La unidad del carácter científico y partidista exige la exactitud filosófica en la enseñanza de la asignatura, por lo que el tratamiento del contenido debe transcurrir sobre la base del materialismo dialéctico e histórico, esto es, los conceptos, teoremas y métodos de la matemática tienen su origen en la realidad objetiva, en las relaciones conjuntistas, estructurales y de posición de la realidad, siendo imágenes abstractas de la realidad. (Jungk, 1981: pp. 66 - 67).

Desde lo pedagógico-psicológico, en la enseñanza de la Matemática la unidad del carácter científico y partidista significa ver "…el carácter científico en unidad con la asequibilidad" (Jungk, 1981: p.67). La asequibilidad significa que la enseñanza tiene que corresponder al desarrollo mental de los estudiantes. El carácter científico y la asequibilidad no se contraponen, sino que en un sentido filosófico y pedagógico, al comprender el carácter científico ampliamente este incluye la asequibilidad.

Según, Junk (1981), Homero (2002), Ballester et al (1992), el adiestramiento lógico lingüístico tiene su base esencial en el trabajo desarrollado por los diferentes colectivos metodológicos y tiene entre sus fundamentos la formación de conceptos. Su tratamiento metodológico, es un componente en la formación de profesionales. Los conceptos constituyen la forma fundamental con que opera el pensamiento y son la base para llegar a los juicios y los razonamientos.

En este trabajo se muestran experiencias didácticas puestas en práctica desde el año 2015 hasta la actualidad con estudiantes de primer año de las carreras de ingeniería y Licenciatura en Economía de la Universidad de Granma, mediante la ejecución de acciones de adiestramiento lógico-lingüístico, en el contexto del tratamiento del concepto derivada y sus aplicaciones a distintos campos del saber, o relacionados con el objeto de su profesión.

POBLACIÖN Y MUESTRA

En la Universidad de Granma existe preocupación por el bajo rendimiento académico y la deserción estudiantil durante el primer año de las carreras. Según las estadísticas, la incidencia de la disciplina Matemática predomina en esta problemática. Un análisis exploratorio en busca de posibles causas en las carreras de ingeniería y Licenciatura en Economía de esta institución universitaria, mostró insuficiente comprensión de los conceptos matemáticos y sus aplicaciones a la resolución de problemas, así como insuficiencias para comunicar en forma oral y escrita los resultados del aprendizaje.

Una posible causa de estas insuficiencias apunta hacia el insuficiente dominio del vocabulario de la asignatura y su utilización en diferentes ciencias, así como la falta de conciencia de su correcta aplicación por parte de estudiantes y docentes que utilizan la matemática como herramienta de trabajo.

Por tal motivo, algunos docentes de la asignatura se consagraron a la búsqueda de alternativas didácticas para insertar acciones que contribuyan al adiestramiento lógico lingüístico de los estudiantes de primer año a través del tratamiento de los conceptos. En este trabajo se presenta una alternativa basada en el concepto derivada, para facilitar un mejor desempeño de los estudiantes en la resolución de problemas matemáticos relacionados con este concepto en el contexto de sus especialidades.

Se tiene en cuenta en la propuesta que la categoría didáctica "contenido" incluye los "…conocimientos, habilidades, valores, valoraciones y las relaciones entre estos" (Fuentes, H, 2012: p.67). Por su parte, la base de contenidos alude a la cultura general integral de un sujeto y a su saber específico en un área determinada, en un campo del saber o en una esfera de la actividad. Según González (2001), son "…conocimientos previos en la ciencia matemática y del área del conocimiento en que se enmarca el problema."

Análisis de los resultados

Esta alternativa está dirigida a lograr el desarrollo del pensamiento lógico y la formación lingüística de los estudiantes a través de la interpretación de la derivada de una función como la variación de los valores de dicha función ante el incremento en una unidad de la variable independiente o de una de las variables independientes. Este contenido no es comprendido cabalmente por los estudiantes, quienes generalmente, proceden de manera mecánica sin saber justificar desde el punto de vista matemático su proceder.

Esta aplicación de la derivada tiene su base en un aspecto tan elemental como lo es la interpretación de la pendiente de una recta como la variación de los valores de una función lineal ante el incremento en una unidad de la variable independiente (interpretación aritmética de la pendiente). Se considera esencial, además, que los estudiantes sepan interpretar los valores que toma una función según el modelo matemático de que se trate.

En instrumento aplicado a estudiantes del primer año para evaluar el dominio de aspectos elementales de la base de contenidos que precede al estudio del concepto derivada, se obtuvieron los siguientes resultados:

OBJETO DE EVALUACIÓN	ALTO	MEDIO	BAJO
función lineal	X		
variable independiente		X	
variable dependiente		X	
valor de una función en un punto			X
significado de la variable independiente según modelo			X
significado de la variable dependiente según modelo			X
significado del valor de una función en un punto según modelo			X
interpretación algebraica de la pendiente de una recta como la variación de los valores de la función lineal ante el incremento en una unidad de la variable independiente			X

En respuesta a las deficiencias detectadas se consideró oportuno dar tratamiento a la referida propiedad de la pendiente de una recta, lo que condujo a una metodología basada en el siguiente criterio.

Mostrar un conjunto de acciones metodológicas de adiestramiento lógico-lingüístico en el tratamiento del concepto derivada y sus aplicaciones. Lo que consideramos como idea principal de la alternativa que se propone.

I. Asegurar la base de contenidos.
Trabajo algebraico, trabajo con ecuaciones y funciones, su interpretación según contexto.

II. Destacar en la base de contenidos la interpretación aritmética de la pendiente (o cociente incremental).

III. Elaborar un sistema de ejercicios que permita demostrar el valor práctico de tal interpretación de la pendiente en diferentes contextos o esferas de la actividad humana y/o científica.

IV. Lograr a través de sistema de ejercicios el adiestramiento lógico lingüístico de los estudiantes sobre la base de una adecuada comprensión y utilización correcta de los conceptos, métodos y procedimientos.

Para el desarrollo de la experiencia fueron seleccionadas temáticas de las asignaturas Matemática I y II, en las cuales los estudiantes demostraron un débil desempeño y que influyeron decisivamente en su rendimiento académico por tratarse de contenidos que inciden en la comprensión del concepto derivada y sus aplicaciones.

Se tomaron en cuenta los resultados del diagnóstico y se seleccionaron las siguientes temáticas con el fin de asegurar la base de contenidos.

- TEMA FUNCIONES. Objetivo: Lograr el dominio de la terminología matemática asociada al concepto función, y su transferencia a los modelos matemáticos representativos de diferentes procesos y fenómenos de la vida real. ELEMENTOS FUNDAMENTALES: función lineal, variable independiente, variable dependiente, valor de una función en un punto y su significado según modelo, pendiente de una recta, interpretación aritmética de la pendiente y su significado según modelo.
- TEMA DERIVADA DE FUNCIONES DE UNA VARIABLE. Objetivo: Lograr el dominio del concepto derivada, su interpretación aritmética, así como la terminología matemática asociada a este concepto y su transferencia a los modelos matemáticos representativos de diferentes procesos y fenómenos de la vida real. ELEMENTOS FUNDAMENTALES:

interpretación de la derivada de una función de una variable real como pendiente de la recta tangente a la curva, interpretación de la derivada de una función de una variable real como variación que produce en y un incremento de una unidad en x y su significado según modelo.

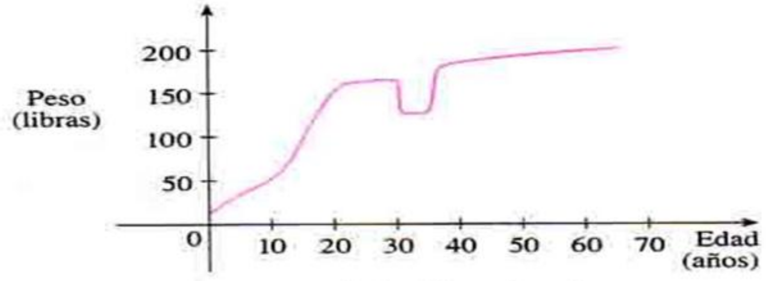
- TEMA FUNCIONES DE VARIAS VARIABLES. Objetivo: Lograr el dominio del concepto función de varias variables, la terminología matemática asociada a este concepto y su transferencia a los modelos matemáticos representativos de diferentes procesos y fenómenos de la vida real. ELEMENTOS FUNDAMENTALES: funciones de varias variables, variable dependiente, variables independientes, valor de una función en un punto y su significado según modelo.
- TEMA DERIVADA DE FUNCIONES DE VARIAS VARIABLES. Objetivo: Lograr el dominio del concepto derivada de una función de varias variables, su interpretación aritmética, así como la terminología matemática asociada a este concepto y su transferencia a los modelos matemáticos representativos de diferentes procesos y fenómenos de la vida real. ELEMENTOS FUNDAMENTALES: interpretación de los valores que toma la derivada de una función de varias variables reales (valores funcionales), interpretación de la derivada de una función de varias variables reales como la variación que produce en la variable dependiente el incremento en una unidad de una variable independiente, manteniéndose constantes el resto de las variables independientes y su significado según modelo

La intención de la propuesta es que usted observe el tipo de ejercicio y las condiciones creadas en el trabajo con los contenidos precedentes para poder resolverlos, de manera que la argumentación matemática esté garantizada en cada uno de ellos. Estos ejercicios contribuyen a desarrollar en los estudiantes una cultura matemática general que servirá de base y complementará la comprensión de las aplicaciones del Cálculo Diferencial a la especialidad de los estudiantes, que es la prioridad. Se propone tratar ejercicios como los siguientes.

TEMA 1. FUNCIONES

1. Ejercicios 4 y 9 del epígrafe 1.1, Modelos matemáticos, capítulo I, Funciones y modelos. Texto: Cálculo con Trascendentes Tempranas, Parte I. James Stewart. *(significado del valor de una función en un punto según modelo)*

9. La gráfica que se muestra da el peso de cierta persona como función de la edad. Describa con palabras la manera en que varía el peso de esta persona a lo largo del tiempo. ¿Qué piensa el lector que sucedió cuando esta persona tenía 30 años?



2. Ejercicio 2, Capítulo Funciones Lineales. Epígrafe La función lineal en la vida cotidiana. Jesús Cantón Arenas. *(significado del valor de una función en un punto según modelo)*

La siguiente tabla muestra la relación entre temperaturas en grados Celsius y su equivalente en grados Fahrenheit.

T(^{0}C)	0	100
T(^{0}F)	32	212

a) Escribe la ecuación que describe la correspondencia entre ambas magnitudes.

b) Representa en un sistema de coordenadas esta correspondencia.

c) Un avión se dispone a aterrizar en el aeropuerto "José Martí" y el piloto informa que la temperatura en ese momento era 35^{0}C. Un turista inglés que viaja a bordo pregunta a la aeromoza a cuánto equivale en ^{0}F, que es como se da la temperatura en su país. ¿Qué temperatura le informará la aeromoza?

d) Un deportista cubano que compite en Inglaterra, se siente resfriado y acude al médico para comprobar su temperatura. El médico le informa que tiene 100,4ºF.

¿Tendrá fiebre el deportista? Si la respuesta es afirmativa, diga qué temperatura tiene.

3. Si la pendiente de una recta es m, ¿qué variación tendrá la variable dependiente ante el incremento en una unidad de la variable independiente? *(interpretación aritmética de la pendiente).*

Si se trata de una recta, entonces podemos considerar que la ecuación de la función lineal f correspondiente es: $f(x) = y = mx + n$

Entonces $f(x+1) = m(x+1) + n$ y se obtiene que: $f(x+1) - f(x) = m$

Por tanto: La variación que tendrá la variable dependiente ante el incremento en una unidad de la variable dependiente, es igual a m.

CONCLUSIÓN IMPORTANTE:

La pendiente m de una recta representa la variación de la variable dependiente ante un incremento en una unidad de la variable independiente.

De acuerdo con el nivel de preparación de los estudiantes, el docente puede proponerse arribar a esta conclusión de manera inductiva. Para ello puede proponer:

- Sea la función lineal definida por la ecuación $f(x) = y = mx + n$.

  Halle $f(5) - f(4)$; $f(2) - f(1)$; $f(8) - f(7)$; $f(a + 1) - f(a)$; y a partir de esta última diferencia, en la que a es un número real arbitrario, realizar la demostración anterior para arribar a la conclusión deseada generalizando el resultado obtenido.

4. Ejercicios 7, 9 y 10 del epígrafe 1.2, Modelos matemáticos, capítulo Funciones y modelos. Texto: Cálculo con Trascendentes Tempranas, Parte I. James Stewart. (valor de una función en un punto, pendiente de una recta, interpretación aritmética de la pendiente y sus significados según modelo).

7. La relación entre las escalas Fahrenheit y Celsius de temperatura está dada por la función lineal $F = \frac{9}{5}C + 32$.
(a) Trace la gráfica de esta función.
(b) ¿Cuál es la pendiente de la gráfica y qué representa? ¿Cuánto vale el segmento desde el origen hasta el corte de la gráfica en el eje F y qué representa?

9. Los biólogos han observado que los chirridos de los grillos de un especie está en relación con la temperatura y ésta resulta casi lineal. Un grillo produce 113 chirridos cada minuto si la temperatura es de 70 °C y 173 si la temperatura es de 80 °F.
(a) Encuentre la ecuación lineal que modela la temperatura T como función del número de chirridos por minuto.
(b) ¿Qué pendiente tiene la gráfica y qué representa?
(c) Si los grillos emiten 150 chirridos por minuto, ¿cuál es la temperatura estimada?

10. El gerente de una fábrica de muebles encuentra que cuesta 2200 dls. fabricar 110 sillas en un día y 4800 dls, por manufacturar 300 sillas diarias.
(a) Exprese el costo como función de 1 número de sillas producidas bajo el supuesto de que es lineal. Trace la gráfica.
(b) ¿Qué valor tiene la pendiente y qué representa?
(c) ¿Cuál es la ordenada al origen de la gráfica y qué representa?

En el inciso a) debe decir: Exprese el costo como función <u>del</u> número de sillas….

RESPUESTA DEL EJERCICIO 10:

a) Sean C: costo de producir la cantidad S de sillas diarias y S: cantidad de sillas producidas diariamente. Entonces: $C = mS + n$..

A partir de los datos, tenemos dos pares ordenados que satisfacen la ecuación buscada: $(110; 2200)$ y $(300; 4800)$. Consecuentemente, $m = \frac{260}{19}$. La ecuación toma la forma $C = \frac{260}{19}S + n$ y sustituyendo por las coordenadas de alguno de los pares conocidos, se obtiene que $n = \frac{13200}{19}$ (se omite la gráfica).

Por tanto, la ecuación que expresa al costo como función del número de sillas producidas diariamente es: $\mathrm{C} = \frac{260}{19}\mathrm{S} + \frac{13200}{19}$

b) El valor de la pendiente es $\frac{260}{19} \approx 13{,}68$ y representa la razón de cambio en dólares (incremento en dólares) del costo, ante el incremento en una unidad de la cantidad de sillas producidas diariamente.

Es conveniente indicar a los estudiantes la comprobación de la respuesta del inciso b, hallando la diferencia de los valores de la función para dos valores consecutivos de S, por ejemplo: $C\ 2\ - C\ 1\ = \frac{520}{19} + \frac{13200}{19} - \frac{260}{19} - \frac{13200}{19} = \frac{520-260}{19} = \frac{260}{19}$. Deben proponerse ejemplos más probables como $S = 200$ y $S = 201$. La cuestión es que al estudiante le quede claro qué representa el valor de la pendiente en un modelo matemático dado, en este caso lineal.

c) La ordenada al origen de la gráfica $(S = 0)$ es $\mathrm{C} = \mathrm{n} = \frac{13200}{19} \approx 694{,}74$ y representa el costo en dólares que provoca para la empresa el no producir sillas en el día.

Este costo puede ser motivado por los gastos que tiene la fábrica que no dependen directamente de la producción diaria de sillas, como la renta del local, la electricidad, el agua, la alimentación, el salario, etc.

En este tipo de ejercicio se debe indicar a los estudiantes, explicar qué representa, por ejemplo: $C\ 529$; o hallar el costo de producir una cantidad dada de sillas diariamente, o dado el costo, determinar la cantidad de sillas producidas en el día.

TEMA. DERIVADA DE FUNCIONES REALES DE UNA VARIABLE.

Los estudiantes deben reconocer porqué al referirse a la tangente de la curva en un punto, se habla de la pendiente de la recta tangente a la curva en dicho punto. Observar que es admisible porque al acercarse lo suficiente al punto en la curva, la curva parece una línea recta.

Consideremos una función $y = f(x)$. Señalemos algunos aspectos esenciales cuya justificación matemática deben conocer los estudiantes. Es apropiado particularizar en el lenguaje propio de la especialidad que estudian.

- Razón promedio de cambios de y con respecto a x: $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}$ que se interpreta como la pendiente de la recta secante a la curva f, que pasa por los puntos $\left(x_{1;}f(x_1)\right)$ y $\left(x_{2;}f(x_2)\right)$.

  En Economía, tasa media de variación (o cambio).
- Razón instantánea de cambios de y con respecto a x: $\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}$ que se interpreta como la pendiente de la recta tangente a la curva f, en el punto $\left(x_{1;}f(x_1)\right)$.

  En Economía, tasa instantánea de variación (o de cambio). Expresa la variación que produce en y un incremento de una unidad en x.
- Interpretación geométrica de los límites $f'(a) = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ o, $f'(a) = \lim_{x \to a} \frac{f(x)-f(a)}{x-a}$.

  Interpretar a $f'(a)$ como la razón instantánea de cambio de $y = f(x)$ con respecto a x, cuando $x = a$.

  En Economía, se denomina a $f(x)$ $función\ total$, y a $f'(x)$ $función\ marginal$. Se utilizan como sinónimos: tasa de variación, razón de cambio, función marginal. Observar que las funciones marginales se obtienen derivando las funciones totales.

Debe lograrse que los estudiantes generalicen a través de ejemplos ajenos y propios a su especialidad la interpretación de la definición del concepto derivada.

1. Ejercicio 12, epígrafe 2.7, página 154, Cálculo con Trascendentes Tempranas, tomo I

12. (a) Halle la pendiente de la tangente a la parábola $y = 1 + x + x^2$, en el punto donde $x = a$.

(b) Encuentre las pendientes de las rectas tangentes en los puntos cuyas coordenadas x son i) -1, ii) $-\frac{1}{2}$ y iii) 1.

(c) Grafique la curva y las tres tangentes

2. Ejercicios 27 a 29, epígrafe 2.8, página 162, (digital 184) Cálculo con Trascendentes Tempranas, tomo I

29. El consumo de combustible (medido en galones por hora) de un automóvil que viaja a una velocidad de u millas por hora es $c = f(v)$

(a) ¿Cuál es el significado de la derivada $f'(v)$? ¿Cuáles son sus unidades?

(b) Escriba una oración (en los términos de un lego) que explique el significado de la ecuación $f'(20) = -0.05$.

27. El costo de producir x onzas de oro proveniente de una nueva mina es de $C = f(x)$ dólares.
(a) ¿Cuál es el significado de la derivada $f'(x)$? ¿Cuáles son sus unidades?
(b) ¿Qué significa $f'(800) = 17$?
(c) ¿Piensa que los valores de $f'(x)$ aumentarán o disminuirán a corto plazo? ¿Qué puede decir acerca del largo plazo? Explique.

28. La cantidad de bacterias después de t horas en un experimento controlado de laboratorio es $n = f(t)$.
(a) ¿Cuál es el significado de la derivada $f'(5)$? ¿Cuáles son sus unidades?
(b) Suponga que existe una cantidad ilimitada de espacio y de nutrientes para las bacterias. ¿Cuál es mayor $f'(5)$ o $f'(10)$? ¿La limitación del suministro de nutrientes influiría en su conclusión? Explique.

3. Sea $C(x) = x^2 + 3x + 100$ la función de costo de una empresa.

a) Determine el costo marginal al producirse 100 unidades del producto x.

$C'(x) = 2x + 3$, entonces, $C'(100) = 2.100 + 3 = 203$

b) Interprete el resultado anterior desde el punto de vista matemático.

Como $C'(x)$ expresa la variación que produce en C un incremento de una unidad en x, en este caso la variable dependiente aumenta aproximadamente en 203 unidades ante el incremento en una unidad de la variable independiente.

c) Interprete el resultado anterior desde el punto de vista económico.

Al producirse una unidad más por encima de las 100 ya producidas, el costo se incrementa en 203 pesos aproximadamente.

d) Compruebe la afirmación anterior.

$$C(101) - C(100) = (101^2 + 3.101 + 100) - (100^2 + 3.100 + 100) =$$
$$= 10201 + 303 + 100 - (10000 + 300 + 100) = 10604 - 10400 = 204$$

Conclusión: Los costos calculados en los incisos a y d difieren solamente en un peso, por tanto se comprueba la acertada utilidad de la aplicación de la derivada en este tipo de problema. Se evidencia que al utilizar la derivada para calcular la variación de la función ante el incremento en una unidad de la variable independiente, el cálculo es más sencillo y el error que se comete es pequeño.

TEMA. FUNCIONES DE MÁS DE UNA VARIABLE.

Se propone tratar ejercicios como los siguientes que propician la interpretación de los valores que toma una función.

4. Ejercicio 1, epígrafe 14.1, página 883, (digital 267) tomo II

1. En el ejemplo 2 consideramos la función $I = f(T, v)$, donde I es el índice enfriador del viento, T es la temperatura real y v es la velocidad del viento. En la tabla 1 se da una representación numérica.

a) ¿Cuál es el valor de $f(8, 60)$? ¿Cuál es su significado?

b) Describa verbalmente el significado de la pregunta "¿Para qué valor de v es $f(-12, v) = -26$?" Entonces conteste la pregunta.

c) Describa verbalmente el significado de la pregunta "¿Para qué valor de T es $f(T, 80) = -14$?" Después conteste la pregunta.

d) ¿Cuál es el significado de la función $I = f(-4, v)$? Describa el comportamiento de esta función.

e) ¿Cuál es el significado de la función $I = f(T, 50)$? Describa el comportamiento de esta función.

1.4 TEMA. DERIVADA DE FUNCIONES DE VARIAS VARIABLES.

Ejercicios 1, 2,3 y 4, epígrafe 14.3, página 905, (digital 289), tomo II. Se omiten las tablas porque confiamos en que tenga acceso al libro y el propósito es que usted observe el tipo de ejercicio. Observar la relación ente los ejercicios propuestos a continuación y los del epígrafe anterior.

1. La temperatura T en un lugar del hemisferio norte depende de la longitud x, la latitud y y el tiempo t, de modo que podemos escribir $T = f(x, y, t)$. Midamos el tiempo en horas desde principios de enero.

a) ¿Cuál es el significado de las derivadas parciales $\partial T/\partial x$, $\partial T/\partial y$, y $\partial T/\partial t$?

$\frac{\partial T}{\partial x}$: expresa la variación que se produce en la temperatura T al aumentar en una unidad la longitud x, manteniéndose constantes la latitud y y el tiempo t. Esto es, La rapidez del cambio de la temperatura al cambiar la longitud, manteniéndose fijos la latitud y el tiempo.

2. Al principio de esta sección estudiamos la función $I = f(T, H)$, donde I es el índice calorífico, T es la temperatura y H es la humedad relativa. Utilice la tabla 1 para estimar $f_T(92, 60)$ y $f_H(92, 60)$. ¿Cuál es la interpretación práctica de estos valores?

3. El índice enfriador del viento I es la temperatura percibida cuando la temperatura real es T y la velocidad del viento es v, de modo que podemos escribir $I = f(T, v)$. La tabla de valores siguiente es un extracto de una tabla de valores de I compilada por la National Atmospheric and Oceanic Administration.
   a) Estime los valores de $f_T(12, 20)$ y $f_v(12, 20)$. ¿Cuál es la interpretación práctica de estos valores?

4. La altura h de las olas en mar abierto depende de la velocidad v del viento y del tiempo t que el viento haya estado soplando a esa velocidad. En la siguiente tabla se dan valores de la función $h = f(v, t)$ en pies.

Duración (horas)

Velocidad del viento (nudos) v \ t	5	10	15	20	30	40	50
10	2	2	2	2	2	2	2
15	4	4	5	5	5	5	5
20	5	7	8	8	9	9	9
30	9	13	16	17	18	19	19
40	14	21	25	28	31	33	33
50	19	29	36	40	45	48	50
60	24	37	47	54	62	67	69

(a) ¿Cuál es el significado de las derivadas parciales $\partial h/\partial v$ y $\partial h/\partial t$?

(b) Estime los valores de $f_v(40, 15)$ y $f_t(40, 15)$. ¿Cuál es la interpretación práctica de estos valores?

Respuesta: Según los datos de la tabla $f_V(20;15) = 40$. Esto significa que, para una velocidad del viento de 20 nudos durante 15 horas, la altura de las olas aumenta 40 metros por cada nudo que aumenta la velocidad. (Nota: 1 nudo = 1 milla náutica por hora = 1,852 km/h, es decir aproximadamente 0,5144 metros por segundo (SI))

CONCLUSIONES

1. El dominio de la teoría matemática permite que los estudiantes reconozcan la concatenación existente entre los conocimientos que sustentan los procedimientos de la asignatura.
2. La sistematización de los conocimientos matemáticos permite a los estudiantes entender la necesidad del estudio de la asignatura y comprender sus aplicaciones a distintas áreas del conocimiento.
3. El trabajo metodológico adecuado en la formación de conceptos contribuye a desarrollar el pensamiento lógico y la formación lingüística de los estudiantes, estableciendo las bases

para formar un profesional capaz de investigar y crear en su especialidad o área de desempeño.

REFERENCIA BIBLIOGRÁFICAS

1. Addines, Fátima y otros. (Segunda edición, 2007) Didáctica, teoría y práctica. Compilación. Editorial Pueblo y Educación. La Habana.
2. Álvarez, Marta Y OTROS (2012). El proceso de enseñanza – aprendizaje de la asignatura Matemática. Documentos metodológicos. Editorial Pueblo y Educación. La Habana.
3. Brehmer, S. y Apelt, H. (2da ed.1980) Análisis Matemático I. La Habana. Editorial Pueblo y Educación.
4. Ballester, Sergio y otros (2002) El transcurso de las líneas directrices en los programas de Matemática y la planificación de la enseñanza. La Habana. Editorial Pueblo y Educación.
5. Cantón, Jesús (2011). Ejercicios y problemas integradores de Matemática para los estudiantes de Secundaria Básica. Editorial Pueblo y Educación. La Habana.
6. Colectivo de autores del Instituto Central de Ciencias Pedagógicas (Tercera edición corregida, 2012) Pedagogía. Editorial Pueblo y Educación. La Habana.
7. Fernández Muñiz, J.L. (2da ed. 1987) Análisis Matemático III.
8. Fuentes, Homero (2002). Pedagogía y Didáctica de la Educación Superior. Universidad de Oriente. Centro de Estudio de Educación Superior “Manuel F. Gran”. Santiago de Cuba.
9. Fuentes, 2012: p.67 EL TTO DE CONCEPTOS…
10. González Rey, Fernando (1995). Construcción del conocimiento a través del diálogo. (Tomado de Comunicación, personalidad y desarrollo). La Habana. Editorial Pueblo y Educación.
11. González, D. (2001). La superación de los maestros primarios en la formulación de problemas matemáticos. Tesis presentada en opción al grado científico de doctor en ciencias pedagógicas. ISP “Enrique José Varona”. La Habana. Soporte digital.
12. Google: El Cognitivismo y el Constructivismo. http://www.monografias.com/trabajos14/cognitivismo/cognitivismo.shtml
13. Jungk, Werner. (1981). Conferencias sobre Metodología de la enseñanza de la Matemática 1. Editorial Pueblo y Educación, Ciudad de La Habana.
14. Martínez, Eduardo (2003). Guía de estudio de Matemática Superior I. La Habana. Departamento Macro-Micro Economía. Universidad de La Habana.
15. Stewart, James (2006). Cálculo con Trascendentes Tempranas. Parte 1. La Habana. Editorial Félix Varela.